آنالیز دینامیکی سیستمهای سازه‌ای خطی
با ایزولاتورهای ارتعاشی غیرخطی به‌روش رویهم گذاری مودها

محمدمهدی سعادت‌پور*

چکیده

سیستمهای سازه‌ای زیادی با رفتار غیر خطی موضعی یافت می شوند. یک سازه خطی متکی‌برایزولاتورارتعاشی‌غیرخطی یک مثال نمونه عملی اینگونه سیستمها می باشد. چنین سیستمی برای محافظت سازه اصلی درمقابل زلزله ، در صورت وقوع این پدیده ، مورد استفاده قرار می گیرد.

آنالیز دینامیکی این سیستمها بااستفاده از برنامه‌های کامپیوتری غیر خطی با اهداف چند منظوره، اقتصادی نبوده ولذا یک الگوریتم کارآ می تواند بسیار با صرفه باشد. اگر یک خط مرزی برای تمایز سازه خطی ازایزولاتورهای ارتعاشی غیرخطی پایه با درجات آزادی مشترک فرض شود، این قسمتها را می توان به طور جداگانه آنالیز نمود و به حل نهائی رسید . البته ، جابجائیهای درجات آزادی مشترک درهر دو سیستم یکسان بوده و این امر می تواند برای مربوط ساختن حل های استخراج شده مورد استفاده قرار گیرد. برای آنالیز سیستم سازه اصلی خطی روش رویهم گذاری مودها به خدمت گرفته می شود . اگر عکس‌العمل سیستم تنها شامل اثر تعداد کمی از مودهای طبیعی ارتعاش باشد ، رجحان این روش پیشنهادی روشن تر خواهد شد .

---

* استادیار دانشکدهٔ عمران ـ دانشگاه صنعتی اصفهان

[DOR: 20.1001.1.22287698.1369.9.1.1.9]

مقدمه

کاربرد ایزولاتورهای ارتعاشی برای محدودنمودن اثرات ارتعاشی به‌عنوان راه حلی مطمئن برای کاهش نیروهای القائی زلزله به ساختمانها،ازجمله مسائل مهم مطروحه درمبحث مهندسی زلزله است که نه تنها مراحل اولیه تحقیقاتی خودراطی نموده بلکه درموارد متعددی جنبه عملی نیزبه‌خودگرفته است ودرحال حاضرازاین ایده جدیددرطراحی ساختمانها درمقابل حرکت شدیدزلزله استفاده می شودوهرروزکه می گذردبه طورگسترده‌تری مورداستقبال قرارمی گیرد[۱] . کارکردچنین ایزولاتورهائی رامی توان به طورخلاصه استفاده ازیک لایه یا یک سیستم رابط انعطاف پذیربین سازه ومنبع ارتعاشی که عموماً زمین است تلقی نمود. این لایه نرم باعث تغییر درفرکانس اصلی سازه وانتقال این فرکانس ازمنطقه جذب انرژی بیشتربه منطقه جذب انرژی کمترمی شود. اگرچه برای مطالعه سیستماتیک پدیده عایق ارتعاشی استفاده ازیک سیستم ایزولاتوربا رفتارخطی ساده‌تر خواهدبود، لیکن درعمل عموماً ایزولاتورهائی وجوددارندکه رفتارآنها غیرخطی وهیسترزیس بوده که نوع ساده آن ممکن است رفتارالاستیک ـ پلاستیک داشته‌باشد[۲] و [۳]. این رفتاررا می توان مرکب ازدوفازدانست که فازاول الاستیک وسخت بوده به طوری که ایستائی سازه رادرمقابل ارتعاشات کم دامنه نظیرارتعاشات نیروی بادحفظ کرده‌وفاز دوم پلاستیک ونرم می باشدبه نحوی که پریود سازه اصلی راافزایش داده که درنتیجه آن ضریب تشدید دینامیکی کاهش می یابد .بنابراین آنالیز یک سیستم سازه اعم از سازه های ساختمانی نظیرمجموعه بناهای

ساختمانی وغیرساختمانی مثل پلها ونیروگاهها وخصوصا سیستم لوله‌گذاری این نیروگاهها با اجزاء خاص موضعی غیرخطی که‌عمدتاً در درجات آزادی پایه‌ها تعبیه‌می گردندازجمله‌مسائلی است‌که‌امروزه‌مورد علاقه‌طراحان این گونه‌سازه‌ها می باشد. این اجزاء خاص درحقیقت همان ایزولاتورهای ارتعاشی هستندکه‌برای مقاوم‌کردن سازه‌درمقابل‌نیروهای ناشی اززلزله‌بکارمی روند. وجودگسترده‌برنامه‌های تجاری ومفصل کامپیوتری برای آنالیزسیستمهای الاستیک وغیرالاستیک به‌ما اجازه می دهدکه‌چنین آنالیزی راحداقل ازنقطه‌نظرتئوریک وبدون توجه‌به جنبه‌های اقتصادی مساله‌انجام‌دهیم،اما ازآنجاکه‌استفاده‌ازیک‌برنامه جامع وکلی کامپیوتری غیرخطی برای آنالیزسیستمهای سازه‌ای‌که‌فقط درتعدادخاص درجات آزادی دارای رفتارغیرخطی هستندمقرون به‌صرفه نبوده،بایستی به‌دنبال راه‌حلی بودکه‌درآن این جنبه‌مساله‌قویا" مراعات‌شده‌باشد[۴] و[۵].

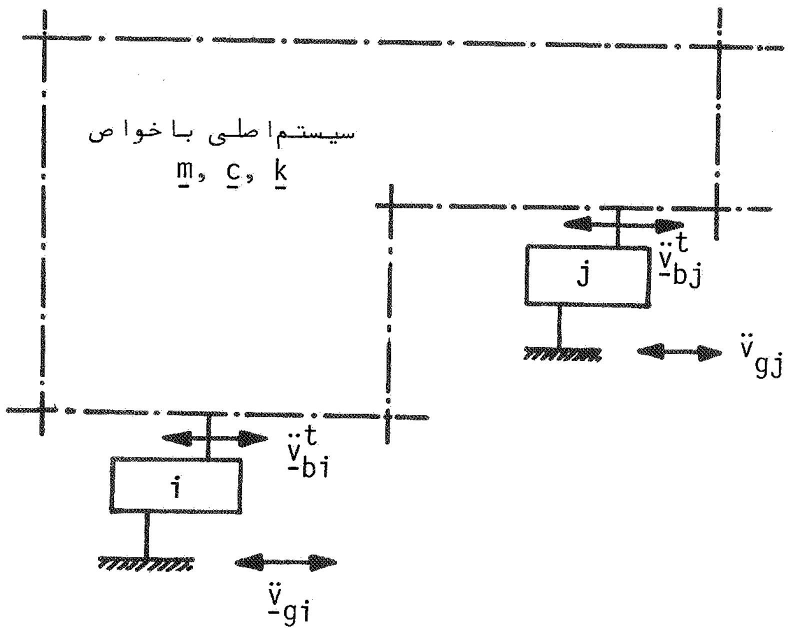
درمقاله‌حاضرهدف ما توسعه‌روشی است‌که‌به‌کمک آن قادربه‌تحلیل سازه‌های خطی با تکیه‌گاههای غیرخطی باشیم. اصولا"هنگامی که‌از ایزولاتورهای ارتعاشی درتبدیل ویژگیهای‌دینامیکی‌سازه استفاده می‌شود، تحریک‌مودهای‌ارتعاشی بالاترسازه‌اصلی به‌مراتب‌کاهش می یابدولذا اگر رفتارسازه‌خطی بوده‌وفرض‌کنیم‌که‌آنالیزکل سیستم‌به‌روش رویهم‌گذاری مودها با انتخاب‌تعدادمحدودی ازمودها صورت می گیرد،برای دستیابی به‌تقریب یادقت‌یکسانی درشرایط فرضی عدم‌وجودایزولاتورها ،درحالت اخیر به‌شرکت‌دادن تعدادکمتری ازمودهادرآنالیزنیازداریم. بنابراین اگررفتارایزولاتورها غیرخطی بوده‌وبتوان به‌نحوی دوسیستم خطی سازه‌اصلی وسیستم‌پایه‌با اجزاء غیرخطی‌را به‌طورمجزا اما همزمان‌آنالیز نمود ،می‌توان ازمزیت رویهم‌گذاری مودهادرآنالیزسیستم‌استفاده کرد. تعدادمودهای انتخاب‌شده‌درتحلیل سازه‌اصلی درحالتی که‌اجزاء پایه‌بسیارنرم‌انتخاب شده‌باشندممکن است تنهادرحدیک مود، یعنی مود‌اصلی، باشد. راه‌حل ارائه‌شده‌مبتنی‌است‌براستفاده‌ازشکل‌مودهای ارتعاش ــ آزادسازه‌با شرایط

تکیه‌گاهی ثابت برای آنالیزهمان سازه‌درشرایطی که‌متکی بریک سیستم پایه‌غیرخطی بوده‌وتوسط سیگنالهای شتاب متفاوت درپایه‌های مختلف به‌ارتعاش درآید. بنابراین علاوه‌براینکه‌راه‌حل ارائه‌شده کاملا" کلی وفراگیربوده‌درمقایسه‌با راه‌حل کلاسیک استفاده‌از برنامه‌های موجودغیرخطی (برای آنالیزمسائل خطی با تعداد محدودی درجات آزادی غیرخطی) به‌نحوچشم‌گیری اقتصادی تراست به‌طوری که‌اصولا" نیازی به‌ترمیم قدم به قدم ماتریس سختی کل سازه‌درهر قدم محاسباتی ومعکوس کردن آن درهرقدم برای ارزیابی نموبردار جابجائی درقدم موردنظرنیست. این نکته‌خصوصا" ازآن نظرمهم‌است که‌دریک سیستم غیرخطی عمده‌مخارج محاسباتی مربوط به‌ارزیابی ماتریس سختی سیستم ، به‌منظورتعیین نموبردارجابجائی درهرقدم حل ، می شود. باتوسعه‌این روش با اندک کوششی ممکن است به‌اصلاح برنامه‌های موجودآنالیزخطی سازه‌ها پرداخت واین برنامه‌ها را برای آنالیزسازه‌های خطی با تکیه‌گاههای غیرخطی ویا به‌طورکلی برای آنالیزسازه‌هائی با رفتارموضعی مرزی غیرخطی آماده‌ساخت .

مدل سیستم موردمطالعه

سیستم موردنظربرای مطالعه‌حاضریک سیستم سازه‌ای الاستیک خطی تحت اثرحرکت شدیدزمین است که‌تضعیف تابع زلزله‌ورودی آن توسط تعبیه اجزاء غیرخطی درزیرپایه‌موردنظرمی باشد. این سیستم سازه‌ای ممکن است یک سازه‌ساختمانی، یک پل ، یک سیستم لوله‌گذاری نیروگاه‌اتمی ویاهرسازه‌دیگرباشد. بنابراین سیستم موردنظرراکه‌سیستم اصلی می نامیم مطابق شکل ۱ صرفا" باماتریس های سختی $\underline{k}$ ، جرم $\underline{m}$ ، واستهلاک $\underline{c}$ وبدون درنظرگرفتن یک شکل خاص برای آن نشان می دهیم . جرم های سیستم که‌یاعملا" متمرکزبوده‌ویامعادل جرم گسترده هستنددرگره‌ها (درجات آزادی) فرض می شوند. بنابر این اگرسیستم موردمطالعه‌یک سیستم جرم ـ گسترده‌باشدبه‌توسط روش

اجزاء محدودتبدیل به‌یک سیستم جرم ـ متمرکزمی شود. اتصال سیستم به‌زمین دریک یا چندین تکیه‌گاه‌با هرتعداددرجه‌آزادی لازم صورت می گیرد.



شکل ۱ـ سیستم سازه‌خطی با زیرسیستمهای غیرخطی (ایزولاتور)

معادلات تعادل

معادلات تعادل کل سیستم به‌همراه ایزولاتورهای ارتعاشی را به دودسته‌معادله‌تفکیک می کنیم . دسته‌اول معادلات تعادل سیستم اصلی به‌حساب می آید، مرزچنین سیستمی درشکل ۱ با خط ـ نقطه‌ازکل سیستم جداشده‌است . اگربردارجابجائی درجات آزادی موجوددرمرزسیستم اصلی

را که بین سازه اصلی و ایزولاتورها مشترک می باشد با بردار $\underline{v}_b$ نشان دهیم معادله تعادل سیستم اصلی چنین خواهد بود[۶] :

$$\underline{m}\,\ddot{\underline{v}}^t + \underline{c}\,\dot{\underline{v}}^t + \underline{k}\,\underline{v}^t + \underline{m}_b\,\ddot{\underline{v}}_b^t + \underline{c}_b\,\dot{\underline{v}}_b^t + \underline{K}_b\,\underline{v}_b = 0 \qquad (۱)$$

به طوری که $\underline{m}$، $\underline{c}$، و $\underline{k}$ به ترتیب ماتریس های جرم ، استهلاک ، وسختی سازه اصلی . $\underline{m}_b$ ، $\underline{c}_b$ ، و $\underline{k}_b$ ماتریس های وابستگی اینرسی ، استهلاک و الاستیک سازه اصلی (متحد با درجات آزادی فعال آن) برا ثر تحریک درجات آزادی پایه ها می باشد . اندیس فوقانی t برای " کل " بکار می رود لذا $\underline{v}^t$ و $\underline{v}_b^t$ به ترتیب بردار جابجائی کل سازه اصلی و بردار جابجائی کل پایه ها تلقی می شوند .

بردار جابجائی کل سازه اصلی $\underline{v}^t$ را به صورت مجموع دو بردار جابجائی نسبی یا دینامیکی $\underline{v}$ وجابجائی شبه استاتیکی $\underline{v}_s$ فرض کرده ومی نویسیم :

$$\underline{v}^t = \underline{v} + \underline{v}_s \qquad (۲)$$

با جانشین کردن معادله (۲) درمعادله (۱) وکاربرد معادله حاصل برای شرایط استاتیکی نتیجه زیرحاصل می شود

$$\underline{v}_s = \underline{r}\,\underline{v}_b^t \qquad (\text{الف} - ۳)$$

$$\underline{r} = -\underline{k}^{-1}\,\underline{k}_b \qquad (\text{ب} - ۳)$$

ماتریس r ماتریس نفوذ استاتیکی سیستم نامیده می شود . این ماتریس درحقیقت یک ماتریس تبدیل است که اثر جابجائی واحد هریک از درجات آزادی پایه ها را برروی درجات آزادی سازه اصلی بیان می کند . بنا بر این :

$$\underline{v}^t = \underline{v} + \underline{r}\,\underline{v}_b^t \qquad (۴)$$

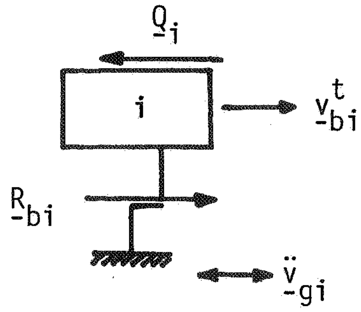
باجانشین کردن معادله (۴) درمعادله‌تعادل (۱) خواهیم داشت :

$$\underline{m}\,\ddot{\underline{v}} + \underline{c}\,\dot{\underline{v}} + \underline{k}\,\underline{v} = -(\underline{m}\,\underline{r} + \underline{m}_b)\ddot{\underline{v}}_b^t - (\underline{c}\,\underline{r} + \underline{c}_b)\dot{\underline{v}}_b^t \qquad (۵)$$

جمله‌دوم سمت راست معادله (۵) درشرایطی که‌ماتریس‌های استهلاک $\underline{c}$ و $\underline{c}_b$ به‌ترتیب با ماتریس‌های سختی $\underline{k}$ و $\underline{k}_b$ متناسب باشند، حذف می گردد. حتی درحالتی که‌چنین فرضی صادق نبوده‌یعنی استهلاک متناسب با سختی نباشد، این جمله‌استهلاکی درمقایسه‌با نیروهای اینرسی بسیارکوچک بوده‌ولذا بدون ازدست دادن دقت موردلزوم‌به‌سادگی می‌توان ازآن درمقابل جمله‌اول صرفنظرکرد. اگروابستگی جرمی این درجات آزادی پایه‌وسازه‌اصلی ناچیزباشد، مثلا" درحالتی که‌سیستم مورد مطالعه‌یک سیستم جرم ـ متمرکزباشد، ماتریس $\underline{m}_b$ نیزحذف خواهدشد.
درهرصورت ، شکل ساده‌شده‌معادله (۵) درحالت‌کلی چنین می باشد :

$$\underline{m}\,\ddot{\underline{v}} + \underline{c}\,\dot{\underline{v}} + \underline{k}\,\underline{v} = -(\underline{m}\,\underline{r} + \underline{m}_b)\ddot{\underline{v}}_b^t \qquad (۶)$$

معادله (۶) یک معادله‌خطی است ، یعنی ماتریس‌سختی ظاهرشده‌درآن مستقل ازجابجائی v بوده‌وهمواره درطول حل مساله‌ثابت می ماند. برای حل معادله (۶) نیازبه‌تعیین بردارشتاب $\ddot{\underline{v}}_b^t$ بوده‌که‌خودمتاثراز بردارشتاب زمین $\ddot{\underline{v}}_g$ وخواص سازه‌وپایه‌ها است . برای تعیین بردار شتاب $\ddot{\underline{v}}_b^t$ لازم است‌تعادل دینامیکی پایه‌ها موردتوجه‌قرارگیرد .
برای تعیین تعادل هریک ازاجزاء ایزولاتورهای ارتعاشی دیاگرام آزادایزولاتور i ام‌را مطابق شکل ۲ درنظرمی گیریم. دراین شکل بردارنیروهای اعمالی غیرخطی ازطرف زمین به‌ایزولاتورارتعاشی با $\underline{R}_{bi}$ وبردارنیروهای اعمالی ازطرف‌سازه‌با $\underline{Q}_i$ نشان داده‌شده‌است. بردارجابجائی کل ایزولاتوربا $\underline{v}_{bi}^t$ علامت‌گذاری شده‌است .



شکل ۲ـ شمای یک زیرسیستم غیرخطی (ایزولاتور) همراه با بردارهای نیرو

هرگاه مجموعه اجزاء غیرخطی پایه‌ها را به‌طور یکجا درنظر بگیریم، معادله تعادل این مجموعه به‌صورت زیر ارائه می شود:

$$\underline{Q} + \tilde{\underline{m}}_b \ddot{\underline{v}}_b^t + \tilde{\underline{c}}_b \dot{\underline{v}}_b^t + \tilde{\underline{k}}_b \underline{v}_b^t + \underline{m}_g \ddot{\underline{v}}_g + \underline{c}_g \dot{\underline{v}}_g + \underline{k}_g \underline{v}_g = 0 \qquad (۷)$$

که درآن $\tilde{\underline{m}}_b$ ماتریس جرم نظیردرجات آزادی پایه‌ها، $\tilde{\underline{c}}_b$ ماتریس استهلاک نظیردرجات آزادی پایه‌ها و $\tilde{\underline{k}}_b$ ماتریس سختی نظیردرجات آزادی پایه‌ها است. ذکراین نکته‌ضروری است که‌درهنگام تعریف ضرایب نفوذاین ماتریس‌ها،وجودساز‌ه‌اصلی برروی سیستم پایه‌ها نادیده‌گرفته‌شده‌است. همچنین $\underline{m}_g$، $\underline{c}_g$ و $\underline{k}_g$ به‌ترتیب ماتریس‌های وابستگی جرم، استهلاک وسختی پایه‌ها یا ایزولاتورها درشرایطی هستند که‌شتاب، سرعت وجابجائی واحداعمال شده‌دردرجات آزادی زمین صورت گرفته‌باشد.

برای تعیین بردار نیروهای $\underline{Q}$ درمعادله (۷) ازنیروهای اینرسی سازه اصلی کمک می گیریم. اگربردار نیروهای اینرسی سازه اصلی را با $\underline{F}_I$ نشان دهیم، این بردار را ازطریق معادله زیرقابل ارزیابی است :

$$\underline{F}_I = \underline{m}\,\ddot{\underline{v}}^t \qquad (۸)$$

هرگاه ماتریس تبدیل نیروهای اینرسی سازه اصلی به یک مجموعه نیروهای اینرسی معادل روی ایزولاتورها را با h نشان دهیم به طوری که :

$$\underline{Q} = \underline{h}\,\underline{F}_I \qquad (۹)$$

برقرار باشد، وماتریس تبدیل h را تعیین کنیم، به سادگی می توانیم سیستم نیروهای اینرسی روی هریک ازایزولاتورها را به کمک همین معادله (۹) مشخص نماییم و بنویسیم :

$$\underline{Q}_i = \underline{h}_i\,\underline{F}_I \qquad (۱۰)$$

حرکت دینامیکی درجات آزادی پایه را می توان مشابه با معادله (۲) چنین نوشت :

$$\underline{v}_b^t = \underline{v}_b + \underline{v}_{bs} \qquad (۱۱)$$

که درآن $\underline{v}_b$ جابجائی دینامیکی و $\underline{v}_{bs}$ جابجایی شبه استاتیکی پایه ها است . بردار $\underline{v}_{bs}$ به صورت زیرارائه می شود :

$$\underline{v}_{bs} = \underline{r}_b\,\underline{v}_g \qquad (\text{الف} - ۱۲)$$

به طوری که

$$\underline{r}_b = -\tilde{\underline{k}}_b^{-1}\,\underline{k}_g \qquad (\text{ب} - ۱۲)$$

باجانشین کردن معادلات (۱۲)و (۹) درمعادله (۷) خواهیم داشت :

$$\underline{h}\,\underline{m}\,\ddot{\underline{v}}^t + \tilde{\underline{m}}_b\,\ddot{\underline{v}}_b^t + \underline{m}_g\,\ddot{\underline{v}}_g + \tilde{\underline{c}}_b\,\dot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{k}}_b\,\underline{v}_b + (\underline{c}_g + \tilde{\underline{c}}_b\,\underline{r}_b)\,\dot{\underline{v}}_g = 0 \qquad (۱۳)$$

جمله آخرمعادله (۱۳) درشرایطی که $\underline{c}_g$ و $\tilde{\underline{c}}_b$ به ترتیب متناسب با

$\underline{k}_g$ و $\tilde{\underline{k}}_b$ باشندصفرخواهدشد، حتی درحالتی که این شرط برقرار نباشد این جمله سهم بسیار ناچیزی درنیروهای مقاوم داردومی توان از آن چشم پوشی کرد. همچنین جمله $\underline{m}_g\ \underline{v}_g$ برای سیستمهای جرم- متمرکز صفربوده ودرموردسیستمهای جرم- سازگار درمقایسه با دوجمله نیروهای اینرسی دیگرناچیزاست. بنابراین:

$$\underline{h}\ \underline{m}\ \ddot{\underline{v}}^t + \tilde{\underline{m}}_b\ \ddot{\underline{v}}_b^t + \tilde{\underline{c}}_b\ \dot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{k}}_b\ \underline{v}_b = 0 \qquad (۱۴)$$

باکاربردمعادله (۴) درمعادله (۱۴)، این معادله به صورت زیردرمی آید:

$$\underline{h}\ \underline{m}\ \ddot{\underline{v}} + (\underline{h}\ \underline{m}\ \underline{r} + \tilde{\underline{m}}_b)\ddot{\underline{v}}_b^t + \tilde{\underline{c}}_b\ \dot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{k}}_b\ \underline{v}_b = 0 \qquad (۱۵)$$

معادله (۱۵) معادله ای است بین جابجائی های پایه ها وجابجائی های نسبی درجات آزادی اصلی. جمله $\tilde{\underline{c}}_b\ \underline{v}_b$ دراین معادله از اهمیت ناچیزی برخوردار بوده ومی توان آن را حذف نمود. به عبارتی چون رفتار غیرخطی پایه ها موردنظراست اتلاف انرژی حاصل از استهلاک لزج درمقایسه با رفتار غیرخطی هیسترزیس وانرژی اتلافی دراین رابطه جزئی است ولذا به منظورتسهیل درعملیات می توان آن را نادیده گرفت وشکل نهائی معادله (۱۵) راچنین نوشت:

$$\underline{h}\ \underline{m}\ \ddot{\underline{v}} + (\underline{h}\ \underline{m}\ \underline{r} + \tilde{\underline{m}}_b)\ddot{\underline{v}}_b^t + \tilde{\underline{k}}_b\ \underline{v}_b = 0 \qquad (۱۶)$$

معادله (۱۵) توام با معادله (۶) کلا" شرایط تعادل کل سیستم را بیان می دارند. معادله (۱۶) معادله دیفرانسیل حاکم برحرکت پایه ها یا درجات آزادی غیرخطی می باشد. دراین معادله اثرات ساز ه اصلی درقالب جمله اول به صورت نیروهای اینرسی ظاهرمی شود. همچنین در این معادله جمله $\underline{R}_b = -\tilde{\underline{k}}_b\ \underline{v}_b$ درحالت کلی یک جمله غیرخطی است که در حین حل بایستی ترمیم شود. هرگاه این معادله همراه با معادله (۶) مورداستفاده قرارگیرد، امکان دسترسی به حل کامل سیستم کل میسر می گردد. مزیت این نحوه فرموله کردن مسأله دراین است که اولا" درست

چپ معادله (۶) با ماتریس خواص سیستم اصلی مواجه هستیم که همگی خطی می باشند و اگر فرضا " تابع زمانی $\underline{v}_b^t$ مشخص باشد این معادله را می توان به روش رویهم گذاری مودها حل نمود. ثانیا " در معادله (۱۶) ماتریس سختی غیرخطی $\underline{\tilde{k}}_b$ مجزا از کل ماتریس سختی سیستم و به عبارتی به شکل غیرکوپله ظاهر شده است. این مزیت به طوری که اکنون نشان خواهیم داد این امکان را بوجود می آورد که مسأله را به روش رویهم گذاری مودها حل نماییم و در ضمن از خلالی در استفاده از نسبت های استهلاک سیستم سازه اصلی برای بیان مشخصه استهلاکی آن پیش نیاید. مطلب اخیر از آن نظر مهم است که اصولا " ساده ترین روش برای معرفی ضرایب نفوذ استهلاک یک سیستم دینامیکی بر اساس استفاده از تعریف نسبت های استهلاک در مودهای مختلف ارتعاشی آن استوار است. این معادلات به هر طریقی که حل شوند به دلیل مجزا بودن ماتریس سختی غیرخطی $\underline{\tilde{k}}_b$ از بقیه اجزاء سختی سیستم، اصلاح این ماتریس در هر قدم حل به سادگی امکان پذیر می باشد. در حقیقت این نحوه فرموله کردن مساله را می توان نوعی تراکم استاتیکی سیستم کلی دانست که اگر صورت نمی گرفت حجم عملیات محاسباتی به طور غیر اصولی بیشتر بود. نکته دیگر اینکه فرموله کردن موجود مستقیما " ممکن است برای حل سیستمهای حاوی ایزولاتورهای خطی در میدان فرکانس مورد استفاده قرار گیرد که در این صورت محاسبه صریح $\underline{v}_b^t$ برحسب $\underline{v}_g$ و خواص سازه و ایزولاتورها ممکن می گردد.

تعیین ماتریس تبدیل $\underline{h}$

در معادله (۹) ماتریس تبدیل $\underline{h}$ معرفی گردید، اکنون لازم است که اجزاء این ماتریس را از روی تعادل استاتیکی سیستم سازه اصلی تحت بارهای اینرسی $\underline{F}_I$ مشخص کنیم. به سادگی با استفاده از اصل کار مجازی می توان ثابت نمود که ماتریس $\underline{h}$ در حقیقت مساوی ترانسپوز ماتریس نفوذ $\underline{r}$ است. بنابراین لزومی به ارزیابی جداگانه ماتریس $\underline{h}$ نبوده

و این ماتریس را می توان از روی معادله:

$$\underline{b} = \underline{r}^T \qquad (۱۷)$$

انتخاب نمود.(برای اثبات معادله (۱۷) به ضمیمه الف رجوع شود).

حل معادلات تعادل

درحالتی که رفتار ایزولاتورهای ارتعاشی غیرخطی باشد، حل صریح معادلات تعادلی که به طور کلاسیک بدست آمده با شند متضمن استفاده از یک روش کلی نموی بوده که به علت نیاز به اصلاح ماتریس سختی و معکوس نمودن ماتریس سختی معادل درهرقدم حل نسبتاً" پرهزینه وغیراقتصادی خواهد بود. البته درراه حلی که موردمطالعه است ممکن است دودستگاه معادلات تعادل (۶) و (۱۵) را به صورت توأم زیرنوشت وآن را حل کرد:

(الف ــ ۱۸)

$$\begin{bmatrix} \underline{m} & \underline{a} \\ \underline{b} & \underline{M}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{v}} \\ \ddot{\underline{v}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{c} & \underline{0} \\ \underline{0} & \tilde{\underline{c}}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{v}} \\ \dot{\underline{v}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K} \\ \underline{0} & \tilde{\underline{K}}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{v}_b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \underline{a} \\ \underline{M}_b \end{bmatrix} \underline{r}_b \ \ddot{\underline{v}}_g$$

یا

$$\underline{M}\ddot{\underline{U}} \cdot \underline{C}\dot{\underline{U}} + \underline{K}\underline{U} = \underline{R} \qquad (ب ــ ۱۸)$$

که درآن:

$$\underline{a} = (\underline{m}\ \underline{r} + \underline{m}_b\ )$$

$$\underline{b} = \underline{r}^T\ \underline{m}$$

$$\underline{M}_b = \underline{r}^T\ \underline{m}\ \underline{r} + \tilde{\underline{m}}_b \qquad (۱۹)$$

[DOR: 20.1001.1.22287698.1369.9.1.1.9]

واضح است که ماتریس های ضرایب معادله (۱۸) همان ماتریس هائی نیستندکه از حل مستقیم مسأله حاصل شوند. خوشبختانه فرموله کردن مسأله به نحوی که ارائه شد به صورتی است که در ماتریس سختی کل هیچ وابستگی بین قسمت خطی وغیرخطی وجودنداشته واصلاح $\tilde{\underline{k}}_b$ درهرقدم حل به سادگی انجام پذیراست، چنین مزیتی درفرموله کردن مستقیم مسأله مشاهده نمی شود. این مزیت باعث کاهش هزینه محاسباتی معادله $\tilde{\underline{k}}\,\Delta\underline{U} = \Delta\tilde{\underline{R}}$ که معادله نموی مربوطه معادله (۱۸) است، می شود. زیرا، به عنوان مثال، اگرروش حذف گوسی برای حل این معادله بکاررود کافی است عملیات مثلثی کردن $\tilde{\underline{k}}$ یکباربرای ماتریس کامل $\tilde{\underline{k}}$ صورت گیردودرقدم های بعدی حل درشرایطی که $\tilde{\underline{k}}_b$ عوض می شود عملیات حذف گوسی فقط روی بلوک گوشه پائین سمت راست $\tilde{\underline{k}}$ که دربرگیرنده $\tilde{\underline{k}}_b$ است انجام گیرد. این کاربه سهولت به روش حل فعال ستونی [1] [۶] میسراست.

اگرچه حل مستقیم معادله (۱۸) امکان پذیربوده واین حل دارای مزیتی است که به آن اشاره نمودیم، لیکن منظورازراه حلی که در جستجوی آن هستیم فراترازاین می باشد. درروش حلی که توضیح داده خواهدشدباعنایت به این مطلب که باتعبیه ایزولاتورهای انعطاف پذیر غیرخطی دریایه یاپایه های یک سازه شدت مشارکت مودهای بالاتر ارتعاشی دربرداررعکس العمل جابجائی کاهش می یابد، با استفاده از شکل مودهای ارتعاشی سازه اصلی به عنوان مختصات ریتز [2] برای کاربرددرروش شناخته شده ریتز، سعی درکاهش ابعاد ماتریس های خواص سازه وهمچنین قطری کردن قسمت مهم آن می شود. مزیت اخیردرحقیقت نتیجه مستقیم کاربردمختصات ریتزبشمارمی آید.

برای حل معادلات (۶) و (۱۶) ابتدا بردارجابجائی $\underline{v}$ را به صورت زیر می نویسیم.

---

1. *Active Column Solution*   2. *Ritz coordinates*

$$\underline{v} = \underline{\Psi}\underline{Y} \qquad (۲۰)$$

که $\underline{\Psi}$ ماتریس حاوی اولین شکل مودارتعاشی مسألـه مشخصـه $(\underline{k} - \underline{m}\omega^2)\ \underline{v} = \underline{0}$ و $\underline{Y}$ مختصات ریتزمی باشد. با جانشین کردن معادلـه (۲۰) درمعادلات (۶) و (۱۶) وپیش ضرب معادله (۶) در $\underline{\Psi}^T$ خواهیم داشت :

$$\underline{M}^*\ddot{\underline{Y}} + \underline{C}^*\dot{\underline{Y}} + \underline{k}^*\underline{Y} = -\underline{\Psi}^T\ \underline{a}(\ddot{\underline{v}}_b + \underline{r}_b\ \ddot{\underline{v}}_g) \qquad (۲۱\text{–الف})$$

$$\underline{M}_b\ddot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{c}}_b\dot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{k}}_b\underline{v}_b = -\underline{b}\,\underline{\Psi}\,\ddot{\underline{Y}} - \underline{M}_b\ \underline{r}_b\ \ddot{\underline{v}}_g \qquad (۲۱\text{–ب})$$

کەدرآن

$$\underline{M}^* = \underline{\Psi}^T\underline{m}\ \underline{\Psi}$$

$$\underline{C}^* = \underline{\Psi}^T\underline{c}\ \underline{\Psi} \qquad (۲۲)$$

$$\underline{k}^* = \underline{\Psi}^T\underline{k}\ \underline{\Psi}$$

بەطوری که $\underline{M}^*$ ، $\underline{C}^*$ و $\underline{k}^*$ بەترتیب ماتریس جرم تعمیم یافته ،ماتریس استهلاک تعمیم یافتەوماتریس سختی تعمیم یافتەسازەاصلی هستند. دوماتریس $\underline{M}^*$ و $\underline{k}^*$ قطری بودەوبرای قطری بودن $\underline{C}^*$ فرض لازم برای محدودنمودن ماتریس $\underline{C}$رابرقرارمی کنیم. ابعاداین ماتریس‌ها $J \times J$ بودەکەعدد J بستەبەنوع مسألەممکن است درمقایسەبا ابعادماتریس‌های خواص‌سازەبسیارکوچک باشد. درسیستم‌ایزولەشدەبا نسبت نرمی زیاد مقدار J ممکن است درحدچندعددا ولیەمحدودشود.

هرگاه معادلات (۲۱) بەصورت نموی نوشتەشوندخواهیم‌داشت :

$$\underline{M}^*\ \Delta\ddot{\underline{Y}} + \underline{C}^*\ \Delta\dot{\underline{Y}} + \underline{k}^*\ \Delta\underline{Y} = -\underline{\Psi}^T\underline{a}(\Delta\ddot{\underline{v}}_b + \underline{r}_b\ \Delta\ddot{\underline{v}}_g) \qquad (۲۳\text{–الف})$$

$$\underline{M}_b \;\Delta \ddot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{c}}_b \Delta \dot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{k}}_b \Delta \underline{v}_b = -\underline{b}\, \underline{\Psi} \Delta \ddot{\underline{Y}} - \underline{M}_b \;\underline{r}_b \Delta \ddot{\underline{v}}_g \qquad (ب - ۲۳)$$

یا

$$\tilde{\underline{M}} \;\Delta \ddot{\underline{Y}} = \Delta \underline{R}^{\circ} - \underline{\Psi}^T \underline{a}(\Delta \ddot{\underline{v}}_b + \underline{r}_b \Delta \ddot{\underline{v}}_g) \qquad (الف - ۲۴)$$

$$\tilde{\underline{M}}_b \;\Delta \ddot{v}_b = \Delta R_b^{\circ} - \underline{b} \;\underline{\Psi} \Delta \ddot{\underline{Y}} - \underline{M}_b \;\underline{r}_b \Delta \ddot{\underline{v}}_g \qquad (ب - ۲۴)$$

بهطوری که $\tilde{M}$ ، ΔR_b° و ΔR° با انتخاب الگوی محاسباتی بهسادگی تعیین می شوند. ارزیابی این کمیات برای الگوی شتاب خطی وشتاب متوسط ثابت درضمیمه ب ارائهشدهاست. اندیس فوقانی " o " در بردارهای بکاررفتهنشان می دهداین بردارها درشرایط پایانی قدم قبلی محاسباتی ارزیابی شدهاند.
ازمعادله (الف- ۲۴) نتیجهمی گیریم :

$$\Delta \ddot{\underline{Y}} = \tilde{\underline{M}}^{-1} [\Delta \underline{R}^{\circ} - \underline{\Psi}^T \underline{a}(\Delta \ddot{\underline{v}}_b + \underline{r}_b \Delta \ddot{\underline{v}}_g)] \qquad (۲۵)$$

کهاگردرمعادله (ب- ۲۴) بکارببریمخواهیم داشت :

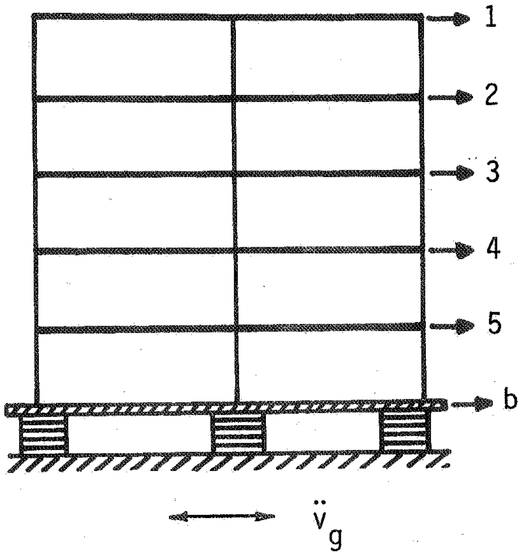
$$(\tilde{\underline{M}}_b - \underline{b}\; \underline{\Psi}\; \tilde{\underline{M}}^{-1} \underline{\Psi}^T \underline{a})\, \Delta \ddot{\underline{v}}_b$$

$$= \Delta \underline{R}_b^{\circ} - \underline{b}\, \underline{\Psi}\, \tilde{\underline{M}}^{-1} \Delta \underline{R}^{\circ} + (\underline{b}\, \underline{\Psi}\, \tilde{\underline{M}}^{-1} \underline{\Psi}^T \underline{a} - \underline{M}_b)\, \underline{r}_b \;\Delta \ddot{\underline{v}}_g \qquad (۲۶)$$

با حل معادله (۲۶) برای $\Delta \ddot{\underline{v}}_b$ وجانشین کردن جواب بدستآمدهدرمعادله (۲۵) بردار $\Delta \ddot{\underline{Y}}$ تعیین می گردد. دراین معادلات تنهاکمیاتی که به $\tilde{\underline{k}}_b$ وابستهبودهوممکن استدرطول محاسبات احتیاج بهترمیمداشته باشندماتریس های $\tilde{\underline{M}}_b$ وبردار $\Delta \underline{R}_b^{\circ}$ هستند.

مثال

برای نشان دادن کاربرد روش پیشنهادی و مقایسه این روش با روش حل مستقیم مسأله، قاب ۵ طبقه برشی شکل ۳ را انتخاب می کنیم. این قاب بر روی یک طبقه پایه با ایزولاتورهای ارتعاشی با خواص مشخص اختیاری نصب گردیده است. به عنوان تابع تحریک سیستم، سیگنال شتاب زلزله ال سنترو مؤلفه شرقی ـ غربی بکار می رود. این مثال صرفاً" به دلیل ساده کردن برنامه کامپیوتری لازم مورد بررسی قرار می گیرد و الا نشان دهنده همه جنبه های کارآئی روش پیشنهادی نیست. از طرفی تعداد طبقات سازه نسبتاً" زیاد اختیار شده است تا تعداد مودهای ارتعاشی قابل توجه باشد. مشخصات اولیه این سازه در کنار آن نوشته شده است.



شکل ۳: یک سازه برشی بر روی ایزولاتورهای غیرخطی

$$\underline{k} = k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{k}_b = k < 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 >^T$$

$$\tilde{\underline{k}}_b = k_b \qquad \underline{k}_g = -k_b$$

$$\underline{m} = m\underline{I} \qquad \underline{m}_b = 0 \qquad \tilde{\underline{m}}_b = m_b$$

$$\underline{a} = m\underline{I} \qquad \underline{b} = \underline{1}^T \underline{m} = m\underline{1}^T = \underline{a}^T$$

$$M_b = 5m + m_b$$

این مثال را یک بار با مقادیر عددی $m = m_b = 16kg\ s^2/cm$ و $k=k_b=40 \times 10^3\ kg/cm$ تحت اثر ۱۵ ثانیه اول شتاب شرقی ـ غربی ال سنترو حل نمودیم. انتخاب مقادیر عددی فوق درحقیقت نمایانگر این است که پایه سازه دارای خواصی مشابه با خواص بقیه طبقات می‌باشد. حل مستقیم تغییرمکان طبقه بالا و حل به روش پیشنهادی با کاربرد مود اول ارتعاشی در شکل ۴ نشان داده شده است. به‌طوری که مشهود است دو جواب نسبتاً " بر یکدیگر منطبق هستند بدون اینکه اختلاف قابل توجهی مشاهده شود. هنگامی که تعداد مودهای ارتعاشی افزایش یابد اختلاف دو منحنی غیرقابل تشخیص می‌شود.

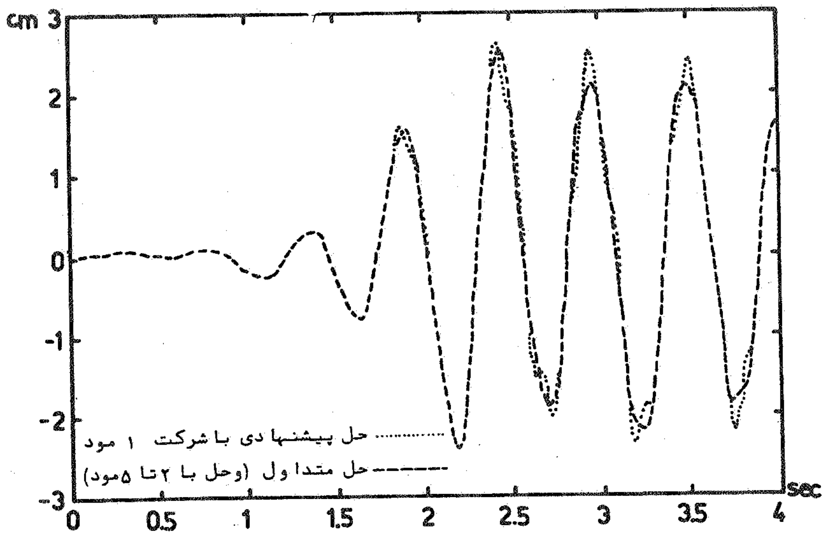
[DOR: 20.1001.1.22287698.1369.9.1.1.9]

جدول (۱) تغییرمکان درجه آزادی را نشان می دهد.

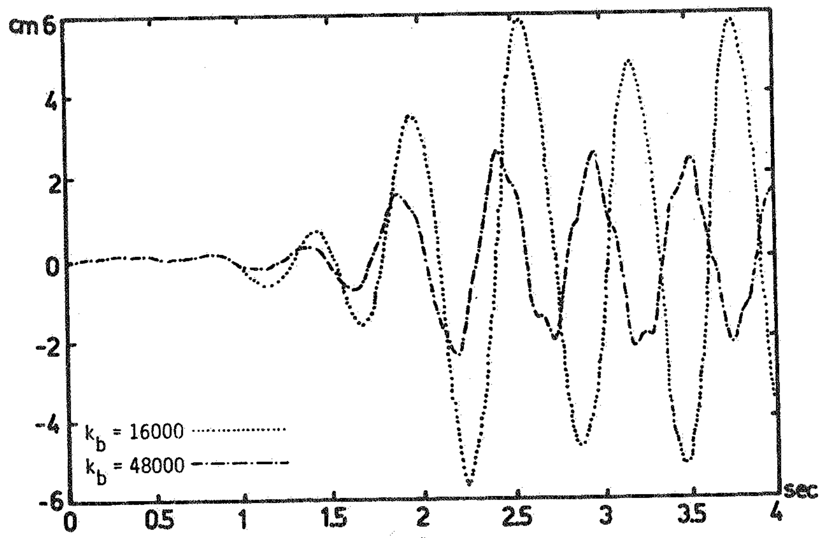
جدول ۱ــ مقایسه تغییرمکان درجه آزادی به روش مستقیم وروش جدید با تعداد مودهای مختلف

نوع حل	حل مستقیم	حل جدید با یک مود	حل با دو مود	حل با سه مود	حل با چهار مود	حل با پنج مود
تغییر مکان (cm)	۱۱/۹۵۱۴	۱۱/۹۹۴۵	۱۲/۱۳۹۶	۱۱/۹۲۳۵	۱۱/۹۲۷	۱۱/۹۵۱۴

درقسمت دوم حل برای m و m_b همان مقادیرقبلی ۱۶ راانتخاب کرده وفرض کردیم $48000 = k$ و $k_b = \frac{1}{3}k$ باشد. مجدداً " حل مساله رابرای ۱۵ ثانیه اول شتاب شرقی ــ غربی زلزله ال سنتروبدست آوردیم. جوابها برای تغییرمکان پایه وتغییرمکان درجه آزادی به ترتیب درشکل های ۵ و ۶ باخطوط منقطع رسم شده است. برای مقایسه، همین تغییرمکان‌ها در شرایط $k_b = k$ نیزبرروی همین شکل ها ترسیم گردیده اند. البته هردو این حل ها به روش جدیدبا استفاده ازیک مودبدست آمده اندومقایسه آنها باحل مستقیم مساله نشان دهنده اختلاف بسیارناچیزدرحدهمان اختلاف قسمت اول حل است. به طوری که ازروی این شکل ها واضح است باکاهش سختی k_b درمقایسه با ضریب سختی k دامنه تغییرمکان پایه افزایش و دامنه تغییرمکان طبقه آخر (وسایرطبقات) کاهش می یابد: درهردو حالت چون سیستم انعطاف پذیرترمی شودپریودارتعاشی افزایش پیدا می‌کند. مقادیرزیربرای تغییرمکان ماگزیمم پایه وطبقه ۵ ومقایسه آن با حالت $k = k_b$ درجدول (۲) نشان داده شده است.



شکل ۴: مقایسه تغییرمکان پایه به روش حل مستقیم و روش پیشنهادی با استفاده از یک مود ارتعاشی درشرایط $k = k_b = 40000$ وتابع تحریک مؤلفه شرقی ـ غربی زلزله ال سنترو



شکل ۵: مقایسه تغییرمکان پایه در دو حالت $k_b = 48000$ و $k_b = 16000$ به روش پیشنهادی با استفاده از یک مود ارتعاشی

جدول ۱- تغییرمکان پایه وتغییرمکان بام
برای دومقدار متفاوت k_b

کاهش سختی	تغییرمکان بام	تغییرمکان پایه
$K_b = K = 48000$	۸/۷۲۸۷	۳/۱۰۲۴
$K_b = \frac{1}{3} K$	۷/۳۶۸۱	۷/۳۶۵۵

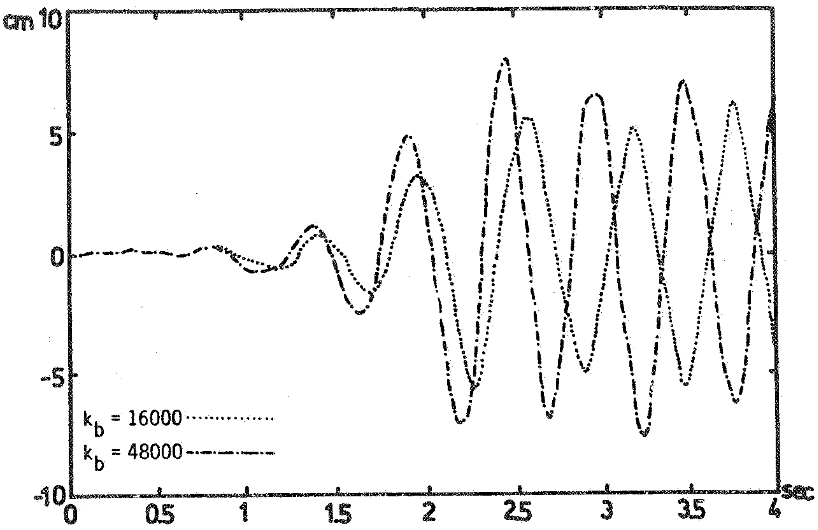
وبالاخره حل مسأله برای رفتار الاستیک ـ پلاستیک پایه ها انجام شد. سختی اولیه پایه ها $k_b = 40000$ وتغییرمکان پلاستیک آن $v_y = 1.6 \ cm$ و سختی بعد از پلاستیک $k_b = 1000$ انتخاب گردید. شکل ۷ منحنی تغییر مکان طبقه فوقانی سازه را در دوحالت ۱ مودی و ۵ مودی نشان می دهد. حل مستقیم برحل ۵ مودی منطبق است.

نتیجه گیری

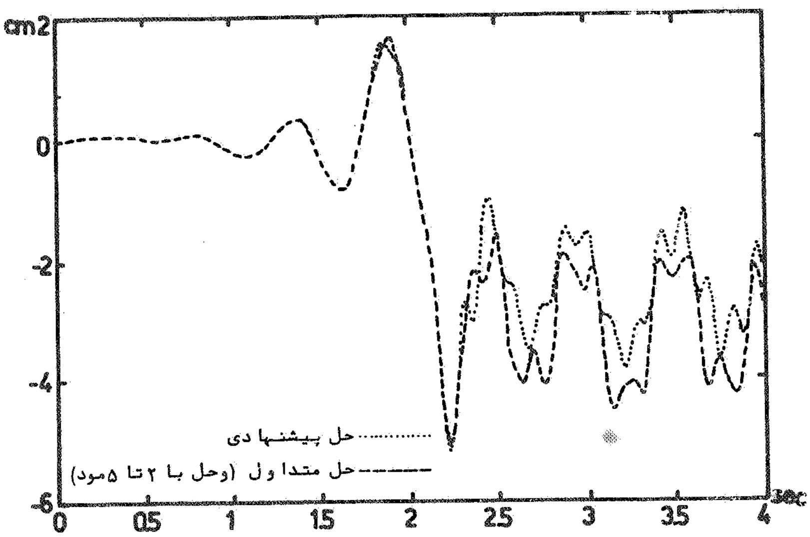
با روش حل دینامیکی ارائه شده برای سازه های خطی که نحوه اتصال آنها به زمین یا تکیه گاهها ازطریق اعضاء رابط غیرخطی (ایزولاتورها) صورت گرفته شده باشد، می توان ازمزیت روش رویهمگذاری مودها بهره برد. روش ارائه شده با موفقیت درمورد یک سازه ساختمانی تحت اثر ۱۵ ثانیه اول مؤلفه شرقی ـ غربی زلزله السنترو تست گردید وجوابها کاملا" قابل مقایسه با جوابهای حل مستقیم مسأله بودند. دراین روش پیشنهادی آنالیزدینامیکی صرفه جوئی درزمان محاسبات برای سیستم های بزرگ ترچشمگیرتر است.

قدردانی

اززحمات آقای بیژن برومند دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران دانشگاه صنعتی اصفهان درانجام محاسبات کامپیوتری قدردانی می شود.



شکل ۶: مقایسه‌تغییرمکان بالادردوحالت $k_b = 48000$ و $k_b = 16000$ به‌روش پیشنهادی با استفاده‌از یک مود ارتعاشی



شکل ۷: مقایسه تغییرمکان الاستیک ـ پلاستیک طبقه‌بالا به‌روش حل مستقیم‌وحل جدید با استفاده‌از یک مود ارتعاشی با $k_b = 40000$ ومدول کارسختی 1000 و $v_y = 1.6$

ضمیمه الف

برای اثبات معادله (۱۷) پایه i ام را درنظرگرفته وجابجائی واحدی درراستاهای درجات آزادی آن اعمال می کنیم. اثرات این جابجائیها برروی درجات آزادی سازه اصلی درقالب ستون های ماتریس r که متحدبا آن درجات آزادی هستندظاهرمی گرددکه با $\underline{r}_i$ نشان می دهیم. حال اگرنیروهای اینرسی $\underline{m}\ \underline{v}^t$ رادرروی درجات آزادی سازه اصلی درنظرگرفته وبردارمعادل استاتیکی این نیروهای اینرسی رادردرجات آزادی موردنظرپایه‌ها با $\underline{Q}_i$ مشخص کنیم، برای محاسبه $\underline{Q}_i$ برطبق اصل کارمجازی می توان نوشت :

$$\underline{I}^T \cdot \underline{Q}_i = \underline{r}_i^T \cdot \underline{F}_I \qquad (۱\text{- الف})$$

که چون این معادله برای تحریک هریک ازدرجات آزادی پایه به صورت جداگانه صادق است خواهیم داشت :

$$\underline{Q}_i = \underline{r}_i^T \cdot \underline{F}_I \qquad (۲\text{- الف})$$

ازمقایسه معادله (۲- الف) ومعادله (۱۰) نتیجه زیرحاصل شود :

$$\underline{h}_i = \underline{r}_i^T \qquad (۳\text{- الف})$$

که اگرچنین نتیجه‌ای راتوأما " برای تمام پایه‌هااستخراج کنیم همان معادله (۱۷) بدست خواهدآمد .

ضمیمه ب

محاسبه ماتریس $\tilde{\underline{M}}$ وبردارهای $\Delta\underline{R}^{\circ}$ و $\Delta\underline{R}_b^{\circ}$

رابطه بین $\Delta\underline{Y}$ ، $\Delta\underline{Y}$ ، و $\Delta\underline{Y}$ دریک الگوی شتاب خطی چنین است [۵]

$$\Delta\dot{\underline{Y}}_{(t)} = \frac{3}{\Delta t}\Delta\underline{Y}_{(t)} - \Delta\dot{\underline{Y}}_{(t)} - \frac{\Delta t}{2}\ddot{Y}_{(t)} \qquad (\text{۱– ب})$$

$$\Delta\ddot{\underline{Y}}_{(t)} = \frac{6}{\Delta t^2}\Delta\underline{Y}_{(t)} - \frac{6}{\Delta t}\dot{\underline{Y}}_{(t)} - 3\ddot{Y}_{(t)} \qquad (\text{۲– ب})$$

یا

$$\Delta\underline{Y}_{(t)} = \dot{\underline{Y}}_{(t)}\Delta t + \ddot{\underline{Y}}_{(t)}\frac{\Delta t^2}{2} + \Delta\ddot{\underline{Y}}_{(t)}\frac{\Delta t^2}{2} \qquad (\text{۳– ب})$$

$$\Delta\dot{\underline{Y}}_{(t)} = \ddot{\underline{Y}}_{(t)}\Delta t + \Delta\ddot{Y}_{(t)}\frac{\Delta t}{2} \qquad (\text{۴– ب})$$

با جانشین کردن معادلات (۳– الف) و (۴– الف) درمعادله (الف–۲۳) خواهیم داشت :

$$(\underline{M}^* + \underline{C}^*\frac{\Delta t}{2} + \underline{K}^*\frac{\Delta t^2}{6})\,\Delta\underline{Y} = -(\underline{C}^*\Delta t + \underline{K}^*\frac{\Delta t^2}{2})\ddot{\underline{Y}}_{(t)} - \underline{K}^*\Delta t\dot{\underline{Y}}_{(t)}$$

$$-\underline{\Psi}^T\,\underline{a}(\Delta\ddot{\underline{v}}_b + \underline{r}_b\,\Delta\ddot{\underline{v}}_g) \qquad (\text{۵– ب})$$

ازمقایسه معادله (۵ ـ الف) با معادله (الف ـ ۲۴) خواهیم داشت :

$$\underset{\sim}{\tilde{M}} = \underset{\sim}{M}^{*} + \underset{\sim}{C}^{*}\frac{\Delta t^{2}}{2} + \underset{\sim}{K}^{*}\ \frac{\Delta t^{2}}{6} \qquad (\text{۶ـ ب})$$

$$\Delta \underset{\sim}{\mathring{R}} = -\ \underset{\sim}{C}^{*}\Delta t\ \ddot{\underset{\sim}{Y}} - \underset{\sim}{K}^{*}(\Delta t\ \dot{\underset{\sim}{Y}}_{(t)} + \frac{1}{2}\Delta t^{2}\ \ddot{\underset{\sim}{Y}}_{(t)}\ ) \qquad (\text{۷ـ ب})$$

برای تعیین $\tilde{\underset{\sim}{M}}_{b}$ و $\Delta\underset{\sim}{R}_{b}$ درمعادله (ب ـ ۲۴) مشابه با فوق عمل می‌کنیم

$$\underset{\sim}{\tilde{M}}_{b} = \underset{\sim}{M}_{b} + \underset{\sim}{\tilde{C}}_{b}\ \frac{\Delta t}{2} + \underset{\sim}{\tilde{K}}_{b}\ \frac{\Delta t^{2}}{6} \qquad (\text{۸ـ ب})$$

$$\Delta \underset{\sim}{\mathring{R}}_{b} = -\ (\underset{\sim}{\tilde{C}}_{b}\ \Delta t + \underset{\sim}{\tilde{K}}_{b}\ \frac{\Delta t^{2}}{2})\ddot{\underset{\sim}{v}}_{b} - \underset{\sim}{\tilde{K}}_{b}\ \Delta t\ \dot{\underset{\sim}{v}}_{b} \qquad (\text{۹ـ ب})$$

لیست علائم

$\underline{K}$	ماتریس سختی سازه اصلی (مربوط به درجات آزادی فعال سیستم)
$\underline{K}_b$	ماتریس سختی نظیر درجات آزادی فعال سازه وقتی که درجات آزادی پایه‌ها جابجا شوند.
$\tilde{K}_b$	ماتریس سختی نظیر درجات آزادی پایه‌ها بر اثر تحریک درجات آزادی پایه
$\underline{K}_g$	ماتریس سختی نظیر درجات آزادی پایه وقتی که درجات آزادی زمین جابجا شوند
$\underline{C},\ \tilde{\underline{C}}_b$	ماتریس های استهلاک سازه اصلی وسیستم پایه‌ها
$\underline{C}_b,\ \underline{C}_g$	ماتریس های استهلاک تعریف شده درهمان شرایط تعریف $\underline{K}_g$ و $\underline{K}_b$
$\underline{m},\ \tilde{\underline{m}}_b$	ماتریس های جرم سازه اصلی وسیستم پایه‌ها
$\underline{m}_b,\underline{m}_g$	ماتریس های جرم تعریف شده درهمان شرایط تعریف $\underline{K}_g$ و $\underline{K}_b$
$\underline{r},\ \underline{r}_b$	ماتریس های نفوذ استاتیکی درجات آزادی پایه روی سازه ودرجات آزادی زمین روی پایه
$\underline{h},\ \underline{h}_i$	ماتریس تبدیل نیروهای اینرسی سازه اصلی به نیروهای اینرسی معادل درروی پایه‌ها وهمین ماتریس برای پایه i ام
$\underline{Q},\ \underline{Q}_i$	بردار نیروهای اینرسی معادل روی پایه‌ها وبردار نیروی اینرسی معادل روی پایه i ام

$\underline{F}_I$ بردار نیروی اینرسی سازه اصلی

$\underline{V}^t$, $\underline{V}$ بردارهای جابجائی مطلق وجابجائی نسبی سازه اصلی

$\underline{V}_b^t$, $\underline{V}_b$ بردارهای جابجائی مطلق وجابجائی نسبی پایه‌ها

$\underline{V}_g$ بردار شتاب‌های زمین

V_s, V_{bs} بردارهای جابجائی شبه استاتیکی سازه اصلی وسیستم پایه‌ها

مراجع

1. Kelly, J.M., " Aseismic Base Isolation: Review and Bibliography", Soil Dyn. & Earth. Eng., V.5, No.3, 1986.

2. Skinner, R.I., Kelly, J.M., & Heine, A.J., "Hysteretic Dampers for Earthquake Resistant Structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, V.3, 1975.

3. Kelly, J.M., Skinner, R.I., & Heine, A.J., "Mechanisms of Energy Absorbtion in Special Devices for Use in Earthquake Resistant Structures", Bulletin of N.Z. Society for Earthquake Engineering, V.5, No.3, Sep. 1972.

4. Clough, R.W., & Wilson, E.L., " Dynamic Analysis of Large Structural Systems with Local Nonlinearities", Comp. Methods in Applied Mech. and Eng., 17/18, pp. 107-129, 1979.

5. Bathe K.J., & Sheryl Gracewski," On Nonlinear Dynamic Analysis Using Substructuring and Mode Superposition", Computers & Structures, V.13, pp. 699-707, 1981.

6. Clough, R.W., & Penzien, J., <u>Dynamics of Structures</u>, McGraw-Hill/New york,

7. Bathe, K.J., <u>Finite Element Procedures in Engineering Analysis</u>, Prentice-Hall, New Jersey, 1982.