

## به‌روزرسانی مدل المان محدود سکوی جکتی فراساحلی با استفاده از آنالیز مودال تجربی

فرهاد حسینیلو\*، علیرضا مجتهدی و محمدعلی لطف‌اللهی یقین  
دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۶/۰۳ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۰۴/۰۸)

DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.67

**چکیده** - امکان تطبیق نتایج حاصل از مدل تجربی سازه‌ها با نتایج حاصل شده از مدل المان محدود متناظر یکی از الزامات مهم در طراحی به‌شمار می‌رود. در این زمینه، با به‌روزرسانی مدل با استفاده از سیگنال‌های اندازه‌گیری شده در آزمایش ارتعاش، می‌توان مدل المان محدود مناسبی را پیشنهاد کرد. از این‌رو، این مقاله با استفاده از تهیه و انجام آزمایش روی مدل قاب فضایی سازه جکتی فراساحلی در مقیاس کوچک در یک آزمایشگاه دینامیک سازه و ارتعاشات، مطالعه‌ای را در مورد روش‌های عددی به‌روزرسانی مستقیم و غیرمستقیم ارائه می‌دهد. همین‌طور در آن با استفاده از آنالیز حساسیت پاسخ سیستم به یک تحریک پایه، رویه انتخاب درجات آزادی غیرفعال در مرحله کاهش مدل با یک معیار مناسب مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این عملکرد منجر به همگرایی سریع‌تر الگوریتم تکرار و همچنین حذف مدهای کم اثر می‌شود. از آنجایی که مسأله اصلی در مسائل مرتبط با آنالیز دینامیکی سازه‌ها، پرهزینه و زمان‌بر بودن محاسبات است بنابراین با استفاده از این روش‌ها هم در زمان و هم در هزینه صرفه‌جویی خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: سکوی جکتی فراساحلی، بهینه‌یابی، به‌روزرسانی عددی، آنالیز مودال تجربی.

## Finite Element Model Updating of an Offshore Jacket Platforms using Experimental Modal Analysis

F. Hosseinlou\*, A. Mojtahedi and M. A. Lotfollahi

Department of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

**Abstract:** An important requirement in design is to be able to compare experimental results from prototype structures with predicted results from a corresponding finite element model. In this context, updating the model using measured vibration test can lead to proposing a desired finite element model. Therefore, this paper presents indirect and direct based numerical updating study of a reduced scale four-story spatial frame structure of offshore jacket platforms constructed and tested at the Structural Dynamics and Vibration Laboratory. Besides, the selection procedure for inactive degrees of freedom in the process of reduced model is evaluated, with a reasonable criterion, by using sensitivity analysis of system response under base excitation. This performance leads to faster convergence of iterative algorithm and also, eliminates spurious modes. Since the significant problem fundamental to dynamic structural analysis is the amount of time and cost required for computation, the use of these methods will save both in time and cost.

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: f.hosseinlou@tabrizu.ac.ir

**Keywords:** *Offshore jacket platforms, Optimization, Numerical updating, Experimental modal analysis.*

## فهرست علائم

[I]	بردار یکه	$[\ddot{X}]$	بردار شتاب
[K]	ماتریس سختی	[X]	بردار جابه‌جایی
[K <sub>R</sub> ]	ماتریس سختی کاهش یافته	[Z <sub>m</sub> ]	مقادیر اندازه‌گیری شده
[K <sub>u</sub> ]	ماتریس سختی به‌روزرسانی شده	$\gamma_{jh}$	میزان خطا
[M]	ماتریس جرم	$\delta_{ih}$	نماینده ضرایب لاگرانژ
[M <sub>R</sub> ]	ماتریس جرم کاهش یافته	$\theta_j$	پارامتر تخمین زده شده در زامین تکرار
[M <sub>u</sub> ]	ماتریس جرم به‌روزرسانی شده	$\lambda$	مقادیر ویژه
m	درجات آزادی اصلی	$[\Gamma_k, \Gamma_\Lambda]$	ضرایب لاگرانژ
n	تعداد درجات آزادی	$[\phi_a]$	بردار مودال عددی
S	درجات آزادی فرعی	$[\phi_m]$	بردار مودال تجربی
[S <sub>i</sub> ]	ماتریس حساسیت	$[\phi_u]$	بردار مودال اصلاح شده
T	ترانهاده	$\omega$	فرکانس طبیعی
[T <sub>s</sub> ]	ماتریس تبدیل کاهش‌ی گویان	$[\Lambda]$	نماینده ماتریس مقادیر ویژه

## ۱- مقدمه

نیاز امروزی بشر جهت اکتشاف و استخراج منابع نفتی سبب پیشرفت علوم مهندسی در زمینه سازه‌های دریایی شده است. از این‌رو، مطالعه رفتار دینامیکی، آنالیز و طراحی این سازه‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، هر چند که شامل پیچیدگی‌هایی خاص اعم از عدم قطعیت‌ها، خطا در مدل‌سازی و... هستند. توسعه تکنیک‌های مؤثر برای ارزیابی عملکرد و طراحی سازه‌های دریایی جهت جلوگیری از وقوع شکست‌های جدی تحت نیروهای محیطی وارده بر آنها، بسیار مؤثر است. از آنجایی که آسیب‌های موجود باعث تغییر در خصوصیات دینامیکی سازه می‌شوند، در نتیجه منجر به ایجاد تغییر در خواص مودال نظیر فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی می‌شوند. مسأله به‌روزرسانی مدل یک مسأله کاربردی است که در صنایع خودرو، هوافضا و سازه‌های دریایی به‌کار می‌رود. در

این صنایع یک مدل المان محدود نظری اغلب نیازمند به‌روزرسانی با استفاده از تعداد محدودی مقادیر ویژه اندازه‌گیری شده از یک سازه واقعی است. از این‌رو تشکیل مدل‌های ریاضی دقیق از سازه‌ها، یکی از الزامات مهم در طراحی و تحلیل سازه‌ها به‌شمار می‌رود. این مدل‌های ریاضی بسیار مهم هستند، زیرا در طراحی و ارزیابی سازه‌ها (نوعاً سکو)، نیاز به پیش‌بینی دقیق پاسخ‌های دینامیکی تحت بارگذاری واقعی از جمله موج، جریان و زلزله وجود دارد. در عمل این مدل‌های ریاضی به‌طور هم‌زمان با به‌کارگیری روش‌های تجربی و عددی از جمله آنالیز المان محدود و آزمون مودال ایجاد می‌شوند. با توجه به پیچیدگی‌های خاص سازه‌های مهم مهندسی (از جمله سازه‌های دریایی از نوع جکت) نتایج پیش‌بینی شده توسط روش‌های عددی قادر به انعکاس مشخصات دینامیکی واقعی اندازه‌گیری شده با روش‌های

تجربی نیستند. بنابراین روش‌هایی در راستای برطرف کردن این ضعف و همچنین به حداقل رساندن اختلافات بین پارامترهای مودال اندازه‌گیری شده و عددی باید ارائه و توسعه داده شوند [۱-۳]. روش‌های به‌روزرسانی مدل المان محدود را می‌توان در دو گروه روش‌های مستقیم و روش‌های تکرار شونده طبقه‌بندی کرد [۴-۷]. مزیت روش مستقیم در محاسبات ساده و کارآمد آن است. در روش به‌روزرسانی مستقیم، با حل یک مسأله بهینه‌سازی مقید، ماتریس‌های به‌روزرسانی شده به دست می‌آیند. اختلاف بین روش‌های مستقیم گوناگون به واسطه اختلاف در تابع هدف انتخابی، قیدهای تعریف شده و روش عددی مورد استفاده برای بهینه‌سازی است. مشخصه مهم روش‌های مستقیم بازسازی صحیح اطلاعات اندازه‌گیری شده است. همچنین این روش‌ها نیاز به تکرار نداشته و در نتیجه امکان واگرایی در محاسبات وجود ندارد. از معایب اصلی روش‌های مستقیم این است که به دلیل عدم حفظ پیوستگی ماتریس‌های دینامیکی در مدل ریاضی در طول فرایند به‌روزرسانی، ماهیت فیزیکی سازه اصلی حفظ نمی‌شود. به عبارتی پارامترهای مودال مدل به‌روزرسانی شده اغلب دارای مفهوم فیزیکی نبوده و تغییر در ماتریس‌های جرم و سختی را نمی‌توان به تغییرات فیزیکی در المان‌های مدل اصلی وابسته کرد. در مقابل در روش‌های تکرار شونده مفهوم فیزیکی ماتریس‌های دینامیکی اصلی مربوط به مدل ریاضی بعد از فرایند به‌روزرسانی تکرار شونده نیز حفظ می‌شود. بنابراین مزیت اصلی روش‌های تکرار شونده توانایی در حفظ ارتباط اولیه بین درجات آزادی در ماتریس‌های دینامیکی سازه است. از طرفی، در روش‌های به‌روزرسانی تکرار شونده فرایند اصلی شامل حل یک مسأله بهینه‌سازی است که در آن اختلاف بین پارامترهای مودال تحلیلی و اندازه‌گیری شده با استفاده از تنظیم پارامترهای مجهول مدل به حداقل رسانده می‌شود [۸ و ۹].

در قالب روش‌های مستقیم، تمرکز بخشی از مطالعات اشاره شده بر روی یک روش به‌روزرسانی براساس داده‌های مودال اندازه‌گیری شده است که در آن، با فرض صحیح بودن ماتریس جرم، ماتریس سختی به‌روزرسانی می‌شود به طوری که مدل

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۶

به‌روزرسانی شده، داده‌های مودال اندازه‌گیری شده را باز تولید می‌کند. افزون بر این، یک الگوریتم به‌روزرسانی مشابه روش تابع جریمه وجود دارد که یک نوع روش به‌روزرسانی تکرار شونده براساس تشکیل ماتریس حساسیت است. ماتریس حساسیت برای ایجاد ارتباط بین مدل‌های المان محدود تحلیلی و تجربی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین محاسبات برای بهبود مدل تحلیلی به‌طور عمده، بستگی به تکرار در محاسبات ماتریس حساسیت دارد. این روش تکرار شونده می‌تواند میزان هزینه محاسبات را کاهش دهد [۱۰]. به‌طور کلی هدف از این کار بهبود تناسب بین داده‌های مودال اندازه‌گیری شده و داده‌های مودال مدل المان محدود تحلیلی متناظر است. از آنجایی که فقط تعداد محدودی از مختصات (اطلاعات) از آزمایش تجربی به دست می‌آید، لذا برای ارائه مختصات کافی باید از روش‌های عددی استفاده کرد. روش حساسیت براساس مقادیر ویژه، اکثراً در مواردی به‌کار گرفته شده است که مختصات اندازه‌گیری شده به‌طور ناقص در دسترس هستند [۱۱ و ۱۲]. در عمل، به‌روزرسانی مدل المان محدود در دینامیک سازه‌ها شامل به‌روزرسانی برخی پارامترهای مدل جهت ایجاد مطابقت کامل بین نتایج اخذ شده از ارتعاش سازه توسط روش‌های عددی و تجربی است [۱۵-۱۳]. در روند به‌روزرسانی نه تنها باید رابطه بین داده‌های پیش‌بینی شده از روش‌های عددی و اندازه‌گیری شده بهبود یابد، بلکه بایستی پارامترهای به‌روزرسانی شده مدل یک ماهیت فیزیکی از سازه اصلی را ارائه دهند. با استفاده از روش‌های مذکور می‌توان پارامترهای مدل فیزیکی، مانند مدول یانگ، چگالی، ضخامت و غیره را به‌روزرسانی کرد [۱۶-۱۹]. متداول‌ترین پارامترهای دینامیکی مورد استفاده در به‌روزرسانی مدل المان محدود، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها هستند که از لحاظ نظری می‌توان آنها را به‌عنوان پارامترهای دینامیکی در الگوریتم به‌روزرسانی در نظر گرفت. در عمل، اندازه‌گیری اشکال مودی از دقت کمتری نسبت به اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی برخوردار هستند. بنابراین، مقادیر ویژه را می‌توان با اطمینان خاطر بیشتر نسبت به بردارهای ویژه در روش‌های

سیستم به یک تحریک پایه، رویه انتخاب درجات آزادی غیرفعال در مرحله اعمال روش کاهش مدل با یک معیار مناسب مورد ارزیابی قرار گرفته است. این عملکرد منجر به همگرایی سریع تر الگوریتم تکرار می شود. همچنین در این مطالعه با استفاده از فرایند به روزرسانی مدل المان محدود براساس مدل تجربی، تا حد امکان فائق آمدن بر مسأله عدم قطعیت در مدل سازی نیز در نظر گرفته شده است. از آنجایی که مسأله اصلی در مسائل مرتبط با آنالیز دینامیکی سازه ها، پرهزینه و زمان بر بودن محاسبات است، بنابراین با استفاده از روش ها و نتایج ارائه شده در این مطالعه هم در زمان و هم در هزینه صرفه جویی خواهد شد.

## ۲- تکنیک های بهینه یابی

### ۲-۱- روش ضرایب لاگرانژ- روش مستقیم

در روش های مبتنی بر ضرایب لاگرانژ به طور کلی یکی از دو ماتریس جرم و سختی را به عنوان پارامتر صحیح انتخاب و سپس نسبت به به روزرسانی ماتریس مورد نظر برای حالت های مختلف با تعریف و به حداقل رساندن توابع هدف همراه قیدهای مناسب توسط اعمال مضارب لاگرانژ، اقدام می کنند. مودهای اندازه گیری شده از سازه لزوماً عمود بر ماتریس جرم نیستند چرا که به احتمال زیاد تعداد حسگرها از تعداد درجات آزادی کمتر بوده و یا اندازه گیری ها به طور ناقص انجام گرفته است. در روش مستقیم فرض بر صحیح بودن ماتریس جرم است. چرا که معمولاً اعمال شرط تعامل دشوار است. به منظور حصول اطمینان از اینکه بردارهای ویژه متعامد هستند، بردارهای ویژه اندازه گیری شده باید اصلاح شوند. تابع هزینه (هدف)  $J$  را می توان برای به روزرسانی ماتریس بردار ویژه  $[\phi]$  طبق رابطه زیر معرفی کرد [۲۰]:

$$J = \left\| [N]([\phi] - [\phi_m]) \right\|^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \left[ \sum_{j=1}^n [N]_{ij} ([\phi]_{jk} - [\phi_m]_{jk}) \right]^2 \quad (1)$$

که در آن،  $[N] = [M_a]^{-1/2}$ ،  $[M_a]$  ماتریس جرم تحلیلی،  $[\phi]$

به روزرسانی مدل استفاده کرد. همان طور که در این مطالعه این چنین است. در استفاده از روش های به روزرسانی در سازه های فولادی ثابت با دو چالش عمده، عدم هماهنگی تعداد حسگرهای اندازه گیری و درجات آزادی مدل تحلیلی (ناتمامیت فضایی<sup>۱</sup>) و اندازه گیری داده های نویزدار روبرو هستیم که برای رفع چالش های مذکور می توان از روش های کاهش مختلف نظیر روش گویان<sup>۲</sup> بهره گرفت. از این رو، تمرکز این مطالعه در راستای به روزرسانی ماتریس های دینامیکی یک سکوی فولادی نوع جکت با هر دو روش مستقیم و تکرار شونده با هدف به دست آوردن مناسب ترین (بهترین) مدل ریاضی منطبق بر مدل تجربی با بهره گیری از اطلاعات مودی اندازه گیری شده محدود است. تحلیل حساسیت به طور طبیعی با اصلاح سازه مرتبط است با این حال، در این تحلیل تأکید بر این است که تعیین شود کدام یک از تغییرات سازه ای بیشترین یا کمترین تأثیر را روی پاسخ سازه ای (مثلاً پاسخ از نوع تنش اعضا) دارد. لذا در این تحقیق از تحلیل حساسیت برای نیل به اهداف مورد نظر استفاده شده است. هدف اصلی مقاله حاضر، به روزرسانی عددی مدل المان محدود تحلیلی با کمترین اطلاعات موجود از سازه واقعی در کمترین زمان، با هزینه پایین و با دقت بالا تحت بهترین روش موجود، بسته به نوع هدف از به روزرسانی است. ویژگی دیگر این تحقیق انجام آزمایش مودال تجربی بر روی یک مدل فیزیکی آزمایشگاهی جهت ارزیابی و به روزرسانی مدل المان محدود به کار برده شده در این مطالعه است. تاکنون مطالعات متعددی در خصوص روش های به روزرسانی مدل المان محدود ارائه شده است. با این حال، به مطالعاتی در مورد تأثیر انواع روش های به روزرسانی روی مدل المان محدود یک سازه خاص (نوعاً سکوی جکتی)، استفاده از آنالیز حساسیت و روش های کاهش مدل و بهره گیری از مدل فیزیکی سازه مورد نظر در راستای جبران داده های مودال اندازه گیری شده محدود و همچنین از بین بردن مودهای کم اثر، توجه کمی صورت گرفته است. در نتیجه در مطالعه حاضر، با استفاده از آنالیز حساسیت پاسخ

آنگاه ماتریس سختی به روزرسانی شده را می توان با حداقل کردن تابع هدف زیر محاسبه کرد:

$$J = \frac{1}{2} \left\| [N]^{-1} ([K] - [K_a]) [N]^{-1} \right\| \quad (7)$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{ij=1}^n \left[ \sum_{h,k=1}^n [N]^{-1}_{ih} ([K]_{hk} - [K_a]_{hk}) [N]^{-1}_{kj} \right] \quad (8)$$

که در اینجا  $[N] = [M_a]$ ، ماتریس جرم تحلیلی،  $[K]$  ماتریس سختی که باید به روزرسانی شود،  $[N]^{-1}_{ij}$ ،  $[K]_{ij}$  و  $[K_a]^{-1}_{ij}$  به ترتیب (ij) امین مؤلفه های مربوط به ماتریس های  $[N]$ ،  $[K]$  و  $[K_a]$  هستند. قیدهای مربوط به معادله اخیر به قرار  $[K]^{-1} = [K]$  و  $[K\phi] = [M_a][\Lambda][\phi]$  هستند که نماد  $[\Lambda]$  نشان دهنده ماتریس مقادیر ویژه است. سپس اگر از تابع هدف براساس  $[K]$  ماتریس سختی که باید به روزرسانی شود، دیفرانسیل گرفته شود رابطه زیر حاصل می شود:

$$[M_a]^{-1} ([K] - [K_a]) [M_a]^{-1} + \gamma [\Gamma_\Lambda] [\phi]^T + \gamma [\Gamma_k] = [0] \quad (9)$$

که اینجا،  $[\Gamma_\Lambda]$  و  $[\Gamma_k]$  ضرایب لاگرانژ هستند. در نتیجه با محاسبه ضرایب لاگرانژ و جای گذاری مقادیر آنها در معادله (9) و سپس با مرتب کردن معادله مربوطه، ماتریس سختی به روزرسانی شده طبق رابطه زیر به دست می آید:

$$[K_u] = [K_a] - [K_a][\phi_u][\phi_u]^T [M_a]^{-1} - [M_a][\phi_u][\phi_u]^T [K_a] + [M_a][\phi_u][\phi_u]^T [K_a][\phi_u][\phi_u]^T [M_a] + [M_a][\phi_u][\Lambda][\phi_u]^T [M_a] \quad (10)$$

در ادامه مطابق روند ارائه شده در بالا، با مرجع قرار دادن ماتریس بردار ویژه اندازه گیری شده (عدم نیاز به اصلاح)، به روزرسانی هر دو ماتریس سختی و جرم صورت می گیرد. مزیت این روش عدم نیاز به محاسبه بردارهای ویژه تصحیح شده است. چرا که ماتریس جرم، بر مبنای متعامد بودن ماتریس جرم و بردارهای ویژه به روزرسانی می شود [4]. با استفاده از ماتریس جرم تحلیلی و ماتریس بردار ویژه اندازه گیری شده می توان تابع هزینه معرفی شده در زیر را برای به روزرسانی ماتریس جرم تشکیل داد:

ماتریس برداری که باید به روزرسانی شود،  $[\phi_m]$  بردار ویژه اندازه گیری شده،  $[\phi]_{ij}$ ،  $[N]_{ij}$  و  $[\phi_m]_{ij}$  به ترتیب (ij) امین المان های مربوط به ماتریس های  $[\phi]$ ،  $[N]$  و  $[\phi_m]$ ، m تعداد بردارهای اندازه گیری شده و n تعداد درجات آزادی مدل تحلیلی هستند. در ضمن باید شرط  $[I] = [\phi]^T [M_a] [\phi] = [I]$  تعامد بردارها؛ نیز برقرار باشد. روش ضریب لاگرانژ با استفاده از اعمال قید تعامد بردارها برای تولید تابع تکمیلی<sup>۳</sup> که باید حداقل شود به کار می رود [21]:

$$J = \sum_{i,h,j=1}^n \sum_{k=1}^m \left\{ [N]_{ij} ([\phi]_{jk} - [\phi_m]_{jk}) [N]_{ih} ([\phi]_{hk} - [\phi_m]_{hk}) \right\} + \sum_{i,h=1}^m \gamma_{jh} \left\{ \sum_{j,k=1}^n ([\phi]_{ji} [M_a] [\phi]_{kh} - \delta_{ih}) \right\} \quad (2)$$

که در آن ترم های  $\gamma_{jh}$  و  $\delta_{ih}$  به ترتیب نشان دهنده ضرایب لاگرانژ در قالب ماتریسی نظیر ماتریس  $[I]$  و میزان خطا هستند. ضرایب لاگرانژ را می توان به صورت منحصر به فرد با معرفی قیدهای متقارن اعمال کرد. در این صورت خواهیم داشت:  $[\Gamma] = [\Gamma]^T$  با تشکیل دیفرانسیل تابع تکمیلی نسبت به هر یک از مؤلفه های ماتریس بردار ویژه اصلاح شده، رابطه حاصل به دست می آید:

$$[\phi] = [\phi_m] ([I] + [\Gamma])^{-1} \quad (3)$$

با جای گذاری رابطه اخیر در شرط تعامد بردارها  $[\phi]^T [M_a] [\phi] = [I]$ ، رابطه به دست می آید:

$$([\Gamma] + [I])^{-1} ([\phi_m]^T [M_a] [\phi_m]) ([\Gamma] + [I])^{-1} = [I] \quad (4)$$

با مرتب کردن رابطه (4)، بر حسب  $[I + \Gamma]$  خواهیم داشت:

$$([\Gamma] + [I]) = ([\phi_m]^T [M_a] [\phi_m])^{1/5} \quad (5)$$

سرانجام با قراردادن رابطه (5) در (3)، معادله محاسبه ماتریس بردار ویژه اصلاح شده به دست می آید:

$$[\phi_u] = [\phi_m] ([\phi_m]^T [M_a] [\phi_m])^{-1/5} \quad (6)$$

چنانچه فرض شود ماتریس جرم تحلیلی، صحیح بوده و بردارهای ویژه به منظور اطمینان از تعامد تصحیح شده باشند،

## ۲-۲-۲- روش تابع پنالتی (جریمه)

ایده اصلی روش تابع جریمه در بهینه‌سازی تابع هدف غیرخطی، به حداکثر رساندن ارتباط بین داده‌های عددی و تجربی است. به طور کلی این روش داده‌های مودال را به‌عنوان تابعی از پارامترهای ناشناخته در قالب سری تیلور محدود شده به کار می‌گیرد. در این روش برای عملکرد صحیح و بهتر باید از فرایند تکرار بهره برد. ضابطه سری تیلور محدود شده به شرح زیر است:

$$\delta[z] = [S_j] \delta[\theta] \quad (15)$$

که در آن، تغییرات در پارامترها با  $\delta[\theta] = \theta - \theta_j$ ، اختلاف بین بردارها و مقادیر ویژه اندازه‌گیری شده و تحلیلی با  $\delta[z] = [z_m] - [z_j]$  و ماتریس حساسیت با  $[S_j]$  نشان داده می‌شوند و همچنین داریم:

$$[z_m]^T = \left( \lambda_{m1}, [\phi_{m1}]^T, \lambda_{m2}, \dots, \lambda_{mr}, [\phi_{mr}]^T \right)^T \quad (16)$$

$$[z]^T = \left( \lambda_1, [\phi_1]^T, \lambda_2, \dots, \lambda_r, [\phi_r]^T \right)^T \quad (17)$$

در معادله (۱۵)، ز تعداد تکرار و پارامتر  $\theta_j$  نشان‌دهنده پارامتر تخمین زده شده در  $\lambda$  امین تکرار هستند. بررسی و انتخاب پارامترهای ایجاد شده بر عهده کاربر است [۲۲].

## ۲-۲-۱- تشکیل ماتریس حساسیت

ماتریس حساسیت  $[S_j]$ ، شامل مشتق اول مقادیر ویژه و شکل مودها نسبت به پارامتر مورد نظر است. در اینجا ابتدا مسأله مقدار ویژه در سازه‌ها در نظر گرفته می‌شود [۲۳ و ۲۴]:

$$[K][\phi_i] = \lambda_i [M][\phi_i] \quad (18)$$

برای شروع کار ابتدا رابطه مربوط به مسأله مقدار ویژه با دیفرانسیل گرفتن نسبت به پارامتر  $\theta_r$  بسط داده می‌شود:

$$\left( [K] - \lambda_i [M] \right) \frac{\partial [\phi_i]}{\partial \theta_r} = - \left( \frac{\partial [K]}{\partial \theta_r} - \lambda_i \frac{\partial [M]}{\partial \theta_r} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_r} [M] \right) [\phi_i] \quad (19)$$

مشتق اول مقادیر ویژه را می‌توان با پیش ضرب  $[\phi_i]^T$  (برای جرم یکه شده) در رابطه (۱۹) و اعمال شرط متعامد بودن

$$J = \frac{1}{2} \left\| \left[ [M_a]^{-1} ([M] - [M_a]) [M_a]^{-1} \right] \right\| \quad (11)$$

در اینجا  $[M]$  ماتریس جرمی است که بایستی به روزرسانی شود. این رابطه نیز دارای قید متعامد بودن  $[\phi_m^T M_a \phi_m] = [I]$  است. تابع هدف  $J$  با فرض ماتریس سختی صحیح مشابه مراحل قبل به حداقل رسانده می‌شود. در نتیجه می‌توان چنین نوشت:

$$[M_a]^{-1} ([M] - [M_a]) [M_a]^{-1} + [\phi_m][\Gamma][\phi_m]^T = [0] \quad (12)$$

با اعمال قید متعامد بودن و جای‌گذاری ضریب لاگرانژ، معادله (۱۲) برحسب ماتریس جرم تحلیلی به صورت زیر در می‌آید که با استفاده از آن می‌توان ماتریس جرم به روزرسانی شده را به دست آورد:

$$[M_u] = [M_a] + \frac{[\phi_m][\phi_m][\overline{M_a}]^{-1} ([I] - [\overline{M_a}]) [\overline{M_a}]^{-1} [\phi_m]^T [M_a]}{[\phi_m][\phi_m][\overline{M_a}]^{-1} ([I] - [\overline{M_a}]) [\overline{M_a}]^{-1} [\phi_m]^T [M_a]} \quad (13)$$

که  $[\overline{M_a}]^{-1} = [\phi_m]^T [M_a] [\phi_m]$  است. حال با در دست داشتن ماتریس جرم به روزرسانی شده می‌توان در ادامه ماتریس سختی به روزرسانی شده را محاسبه کرد. از آنجایی که ماتریس بردار ویژه عمود بر ماتریس جرم به روزرسانی شده جدید است لذا می‌توان برای محاسبه ماتریس سختی به روزرسانی شده منطبق بر روند ارائه شده در قسمت‌های قبلی اقدام کرد. بنابراین با جایگزین کردن ماتریس جرم به روزرسانی شده جدید  $[M_u]$  به جای ماتریس جرم تحلیلی  $[M_a]$  و ماتریس بردار ویژه اندازه‌گیری شده  $[\phi_m]$  به جای ماتریس بردار ویژه اصلاح شده  $[\phi_u]$ ، معادله محاسبه ماتریس سختی به روزرسانی شده طبق رابطه (۱۴) به دست می‌آید:

$$[K_u] = [K_a] - [K_a][\phi_m][\phi_m]^T [M_u] - \frac{[M_u][\phi_m][\phi_m]^T [K_a] + [M_u][\phi_m][\phi_m]^T [K_a][\phi_m][\phi_m]^T [M_u] + [M_u][\phi_m][\Lambda][\phi_m]^T [M_u]}{[\phi_m][\phi_m][\Lambda][\phi_m]^T [M_u]} \quad (14)$$

روش ضرایب لاگرانژ مجموعه مقادیر ویژه اندازه‌گیری شده را باز تولید می‌کند. جهت استفاده از روابط (۱۳) و (۱۴) نیاز به کدنویسی است که در این تحقیق از نرم‌افزار متلب<sup>۴</sup> استفاده شد.

محاسبه کرد که به قرار زیر است:

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_r} = [\phi_i]^T \left( \frac{\partial [K]}{\partial \theta_r} - \lambda_i \frac{\partial [M]}{\partial \theta_r} \right) [\phi_i] \quad (20)$$

از رابطه (20)، مشتق مقادیر ویژه با استفاده از مودهای متناظرش محاسبه می‌شود. به بیانی دیگر، مشتق  $i$  امین بردار ویژه را می‌توان به‌عنوان یک ترکیب خطی از همه بردارهای ویژه نشان داد:

$$\frac{\partial [\phi_i]}{\partial \theta_r} = \sum_{j=1}^n \beta_{ij} [\phi_j] \quad (21)$$

هدف به‌دست آوردن ضریب  $\beta_{ij}$  است. با جای‌گذاری رابطه (21) در رابطه (19) که عبارت  $[\phi_j]^T$  در آن ضرب شده است، این ضریب به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\beta_{ij} = -\frac{1}{\lambda_j} [\phi_i]^T \frac{\partial [M]}{\partial \theta_r} [\phi_j], \quad j = i \quad (22)$$

پس از آن که مشتق اول مقادیر ویژه و بردارهای ویژه محاسبه شدند، آنها را می‌توان در ماتریس حساسیت قرار داد.

## ۲-۲-۲- تابع هدف

تقریب خطی نشان داده شده در معادله (15) را می‌توان در ایجاد تابع هزینه از طریق محدود کردن خطا در داده‌های اندازه‌گیری شده به‌کار برد:

$$[\varepsilon] = (\delta[z] - [S_j] \delta[\theta]) \quad (23)$$

از طرفی چون پارامترها دارای خطا هستند حل حداقل مربعات می‌تواند برای کمینه‌سازی تابع هزینه مفید واقع شود:

$$J = [\varepsilon]^T [\varepsilon] = (\delta[z] - [S_j] \delta[\theta])^T (\delta[z] - [S_j] \delta[\theta]) \quad (24)$$

که رابطه اخیر به‌صورت زیر در می‌آید:

$$[\theta_{j+1}] = [\theta_j] + [S_j^T] ([S_j] [S_j]^T)^{-1} ([z_m] - [z_j]) \quad (25)$$

لازم به ذکر است که در این مطالعه به‌روزرسانی تنها برحسب مقادیر ویژه اندازه‌گیری شده، انجام گرفته است.

## ۳- حل بهینه و سودمند با استفاده از روش‌های کاهشی

فرمول‌بندی کلی معادلات دیفرانسیل ارتعاشات آزاد یک سیستم

خطی نامیرا با  $n$  درجه آزادی همانند رابطه زیر است:

$$[M][\ddot{X}] + [K][X] = [0] \quad (26)$$

که در آن  $[M]$  و  $[K]$  به‌ترتیب ماتریس‌های متقارن  $n \times n$  جرم و سختی هستند. همچنین، بردارهای  $[X]$  و  $[\ddot{X}]$  به‌ترتیب معرف بردارهای جابه‌جایی و شتاب  $n$  بعدی هستند. می‌توان حل مود طبیعی معادله (26) (ارتعاش آزاد) را به شکل زیر نوشت:

$$[X] = [\phi] \sin(\omega t - \theta) \quad (27)$$

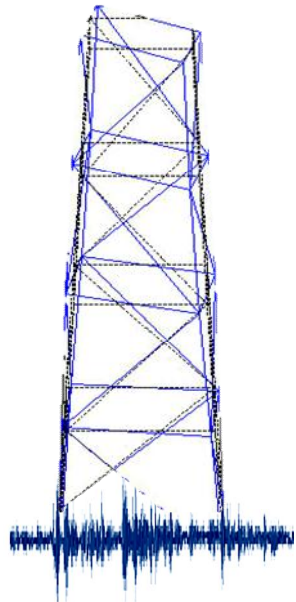
که در آن  $\omega$  فرکانس طبیعی،  $\theta$  زاویه فاز است و بردار  $n$  بعدی  $[\phi]$  با نام "شکل مود" شناخته می‌شود. هر فرکانس طبیعی دارای حداقل یک شکل مود متناظر است. از آنجا که معادله دیفرانسیلی ارتعاشات خطی و همگن است، حل عمومی آن یک برهم نهی خطی از تمام مودهای ممکن است. لذا برای جواب نهایت خواهیم داشت:

$$\det([M]^{-1}[K] - \omega^2[I]) = 0 \quad (28)$$

که در آن  $[I]$  ماتریس یک  $n \times n$  است. برای حل معادله (26) که شکلی از مسأله مقادیر ویژه است، می‌توان از نرم‌افزار متلب بهره گرفت.

## ۳-۱- روش کاهش استاتیکی

مدل‌های المان محدود شامل درجات آزادی زیادی بوده و محاسبه تمامی فرکانس‌ها و شکل‌های مودی بسیار پرهزینه است. لذا، کاهش ابعاد ماتریس‌ها مفید خواهد بود. این کاهش با به‌کارگیری تعداد درجات آزادی کمتر به جای کل درجات آزادی مدل المان محدود انجام می‌گیرد. در روش کاهشی گویان جرم نظیر برخی درجات آزادی نادیده گرفته می‌شود و حرکت این درجات آزادی به تغییر مکان‌ها و ویژگی‌های الاستیک سایر درجات آزادی که درجات آزادی اصلی<sup>۵</sup> نامیده می‌شوند، مقید خواهد شد. مسأله کاهش یافته تنها دارای درجات آزادی اصلی است. اولین مدل کاهشی (کاهش استاتیکی) توسط گویان ارائه شد [25 و 26]. در این روش ماتریس‌های جرم و سختی و بردارهای جابه‌جایی در معادله



شکل ۱- آنالیز طیفی از نوع تک نقطه‌ای

آنالیز طیفی، گسترش مودها، ترکیب مودها و اخذ نتایج است، جهت آنالیز حساسیت استفاده شده است.

در این روش، مطابق شکل (۱) مدل سازه‌ای سکو تحت تحریک نوسانی در راستای عمودی در محدوده مود اول قرار می‌گیرد. در نتیجه پاسخ سکو از نوع جابه‌جایی لرزه‌ای در قالب تنش معادل گره‌ای بررسی می‌شود. در مرحله ترکیب مودها از روش جذر مجموع مربعات استفاده شده است.

#### ۴- استخراج پارامترهای مشخصه و بهبود مدل المان

##### محدود

در طراحی و ارزیابی سازه‌هایی که تحت تأثیر نوسانات به واسطه بارها و محرک‌های ارتعاشی هستند، انجام آنالیز مودال کاملاً ضروری است. در این مقاله از روش حل بلاک لسنوز<sup>۹</sup> برای آنالیز مودال استفاده شده است. تست مودال، تکنیکی تجربی برای به‌دست آوردن مدل مودال یک سیستم ارتعاشی خطی بر مبنای رابطه بین پاسخ ارتعاشی سازه با تحریک اعمالی<sup>۱۰</sup> است. دو نوع آنالیز مودال تجربی وجود دارد که یکی آنالیز مودال آزمایشگاهی<sup>۱۱</sup> است و سازه مورد

ارتعاشی به درجات آزادی اصلی و وابسته<sup>۶</sup> تقسیم می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} [M_{mm}] & [M_{ms}] \\ [M_{sm}] & [M_{ss}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_m \\ \ddot{X}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ X_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

اندیس‌های  $s$  و  $m$  به ترتیب برای درجات اصلی و وابسته به‌کار برده شده است. هدف به‌دست آوردن یک ماتریس تبدیل  $[T_s]$  است تا براساس درجات آزادی اصلی و وابسته از مرتبه ماتریس‌های جرم و سختی کاسته شود. از عبارت اینرسی در مرحله دوم صرف‌نظر می‌شود:

$$[K_{sm}][X_m] + [K_{ss}][X_s] = [T_s][X_m] \quad (30)$$

در اینجا  $[T_s]$ ، از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} X_m \\ X_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \end{bmatrix} [X_m] = [T_s][X_m] \quad (31)$$

$$[T_s] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \end{bmatrix} \quad (32)$$

بدین ترتیب، ماتریس‌های کاهش‌ی گویان مربوط به جرم و سختی به‌قرار زیر هستند:

$$[M_R] = [T_s]^T [M] [T_s] \quad (33)$$

$$[K_R] = [T_s]^T [K] [T_s] \quad (34)$$

ماتریس‌های جرم و سختی تحت تحلیل زیرسازه<sup>۷</sup> از نرم‌افزار انسیس<sup>۸</sup> استخراج شده، سپس تمام محاسبات اعم از، محاسبه فرکانس‌ها و بردارهای جابه‌جایی و مقادیر ویژه، انتخاب درجات آزادی اصلی، محاسبه ماتریس تبدیل، تشکیل و حل معادلات در نرم‌افزار متلب صورت می‌گیرد.

#### ۳-۲- کاهش اعضاء بر مبنای آنالیز حساسیت دینامیکی

آنالیز حساسیت تکنیکی است که به‌وسیله آن یک تحلیل‌گر پی می‌برد که اصلاح خواصی از سازه چون شرایط مرزی، خواص مصالح، هندسه و غیره چه تأثیری بر پاسخ‌های سازه‌ای مدل دارد. آنالیز حساسیت می‌تواند جهت تشخیص حساسیت و عدم حساسیت نواحی از سازه‌ها برای پاسخ‌های معین به‌کار رود. در این مطالعه از آنالیز طیف پاسخ تک نقطه‌ای که شامل مراحل مدل‌سازی، حل آنالیز مودال، حل



آزمایش تحت ارتعاش اجباری قرار گرفته و پارامترهای مودال به دست می‌آیند. روش دیگر آنالیز مودال عملیاتی<sup>۱۲</sup> است. در این روش ارتعاش سازه واقعی تحت بارهای بهره‌برداری ثبت و سپس پارامترهای مودال محاسبه می‌شوند. در مجموع، آنالیز مودال تجربی شامل سه مرحله؛ آماده‌سازی برای تست، اندازه‌گیری پاسخ فرکانسی و استخراج پارامترهای مودال است. آماده‌سازی تست شامل؛ انتخاب تکیه‌گاه سازه، نوع تحریک، نقاط تحریک، سخت‌افزارهای اندازه‌گیری نیرو و پاسخ، تعیین هندسه مدل با نقاط اندازه‌گیری معین و منابع خطا است. در طول تست، یک مجموعه FRF اندازه‌گیری شده و ذخیره می‌شود تا در مرحله بعد به منظور تعیین پارامترهای سازه آنالیز شوند [۷]. به علت اینکه شکل مودهای تجربی اغلب ناقص و پیچیده هستند، شاخص‌های مختلف برای مقایسه شکل مودهای تجربی و عددی مطرح می‌شود. معیار اطمینان مودال<sup>۱۳</sup> رایج‌ترین شاخص است که در متون علمی به کار گرفته شده است. به منظور محاسبه مقدار معیار اطمینان مودال، شکل مودهای به دست آمده از مدل‌های عددی-تحلیلی با شکل مودهای به دست آمده به روش تجربی ترکیب شده و رابطه زیر می‌تواند به کار برده شود:

$$MAC([\Phi_a], [\Phi_m]) = \frac{([\Phi_a]^T [\Phi_m^*])^2}{([\Phi_a]^T [\Phi_a^*])([\Phi_m]^T [\Phi_m^*])} \quad (35)$$

که  $[\Phi_a]$  و  $[\Phi_m]$ ، به ترتیب بردار مودال عددی و بردار مودال تجربی هستند و علامت ستاره نشان‌دهنده مزدوج مختلط است. مقدار معیار اطمینان مودال بین صفر و یک تغییر می‌کند. مقدار یک همبستگی کامل و صفر عدم همبستگی بین شکل مودهای عددی و تجربی را نشان می‌دهد [۲۸].

میلی‌متر و اعضاء مهاری قطری (در صفحه قائم) با قطر ۸ و ضخامت ۱/۵ میلی‌متر در چهار طبقه مطابق شکل (۳) ساخته شده است. ابعاد هندسی اعضاء سازه مدل فیزیکی این تحقیق، مشابه با مدلی است که اولین بار توسط لی و همکاران استفاده شده است [۲۹]. همان‌طور که در شکل (۳) قابل مشاهده است، شکل عمومی مدل یک قاب فضایی با چهار پایه اصلی است که به عرشه فوقانی متصل شده‌اند. در ضمن مدل مورد استفاده شامل ۱۲ گره اصلی (هر گره دارای سه درجه آزادی  $U_x$ ،  $U_y$ ،  $\theta_z$ ) و ۴۸ درجه آزادی است. مدول یانگ  $E = 2.07 \times 10^{11} \text{ Pa}$  و دانسیته  $\rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  در نظر گرفته شده است. آزمایش مودال تجربی برای یک مدل فیزیکی سازه فراساحلی ثابت نوع جکت انجام گرفت. مدل فیزیکی حاضر، از لوله‌های فولادی ضد زنگ ساخته شده است که برای اطمینان از انتقال مناسب نیروها، با استفاده از جوشکاری قوس الکتریکی آرگون به هم جوش داده شده‌اند. پاسخ‌های ثبت شده از انجام آزمایش لرزاننده به دست آمدند که در طول اجرای آزمایش به صورت سیگنال‌های سری زمانی ذخیره شدند. سازه سکوی مورد آزمایش و ابزاربندی انجام آزمایش در شکل‌های (۲) و (۳) نشان داده شده است. تحریک خارجی (بر اساس سیگنال‌های نویز سفید) توسط یک لرزاننده الکترو دینامیکی اعمال شد که به وسیله یک آمپلی‌فایر (مدل ۲۷۶۰ شرکت B & K) کنترل می‌شد. فرکانس نمونه‌گیری آزمایش نیز برابر با ۱۰ کیلوهرتز و بازه فرکانسی بین صفر تا ۲۰۰ هرتز در نظر گرفته شد. مطابق شکل تعداد چهار حسگر (به‌ازای هر طبقه یک حسگر) برای اخذ سیگنال نصب شده است.

#### ۵-۱- نتایج آنالیز حساسیت

اگر مدل المان محدود سکوی مورد نظر، که شکل مودهای آن مطابق شکل‌های (۴) و (۵) می‌باشد، تحت تحریک نوسانی در راستای عمودی در محدوده مود اول در نرم‌افزار انسیس مورد تحلیل قرار داده شود (تحلیل طیفی)، پاسخ و محدوده تغییرات

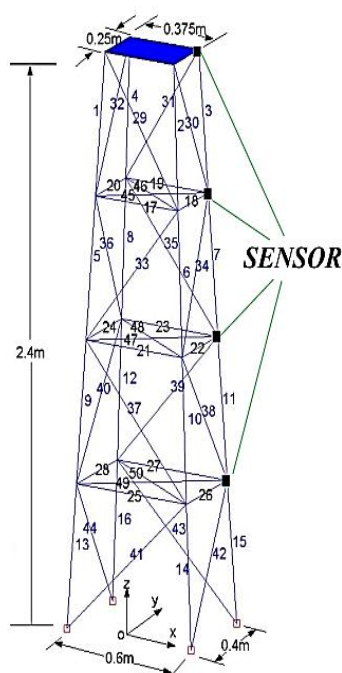
#### ۵- کار آزمایشگاهی و مدل فیزیکی

مدل فیزیکی این تحقیق در قالب یک قاب فضایی با مشخصات؛ پایه‌های اصلی با قطر ۱۸ و ضخامت ۲/۵ میلی‌متر، اعضاء افقی (تیر و مهار) با قطر ۱۰ و ضخامت ۲

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۶



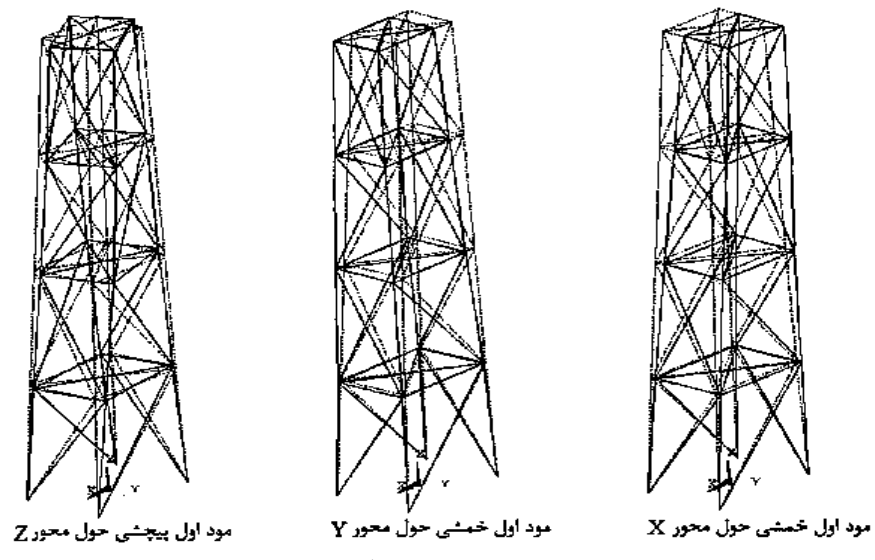
شکل ۲- ارتباط بین آمپلی فایر، لرزاننده الکترو دینامیکی، نیروسنج و سازه مدل



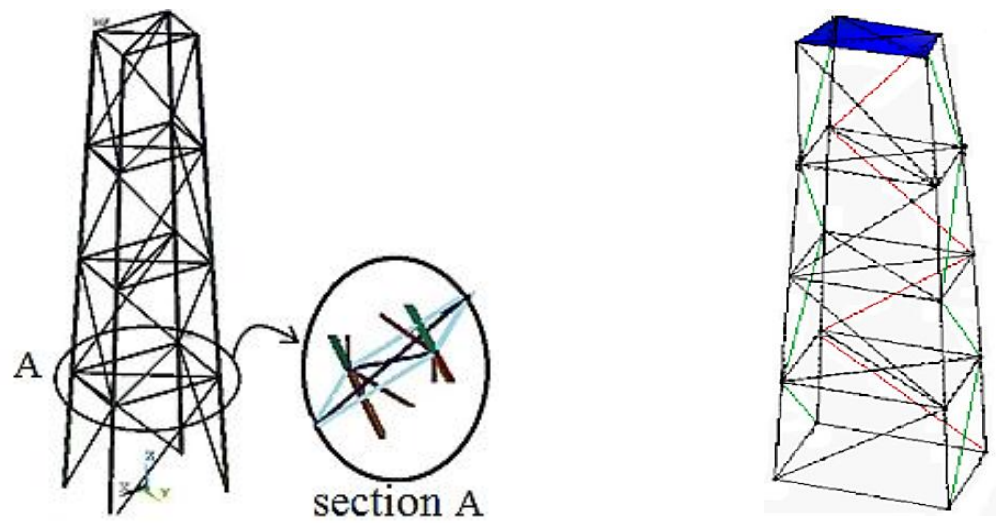
شکل ۳- ابزار و اندازه گیری های تجربی در مدل فیزیکی

طبقات اعمال شود نتایج شبیه شکل (۷-ب) حاصل می شود. با توجه به شکل (۶) مشاهده می شود که المان های مربوط به مهارهای افقی سکو کمترین نقش را در باربری دارند. یا به عبارتی، شکل (۷-ب) نشان می دهد که حذف المان های مهار افقی تأثیر محسوسی روی پاسخ سازه یا همان تغییرات تنش ندارند. لذا در راستای کاهش مدل و رسیدن به مدل نهائی از المان های مربوط به مهارهای افقی سکو صرف نظر می شود.

تنش آن مشابه شکل (۶) و شکل (۷-الف) خواهد بود. شایان ذکر است که شکل (۷)، پاسخ سازه یا همان محدوده تغییرات تنش المان های سازه ای مدل سکو را، که از تحلیل طیفی حاصل شده اند، در قالب طیف های رنگی (بازه اعداد) نشان می دهد. این طیف های رنگی (همان تغییرات تنش) در المان های طبقه اول مدل سکو، به صورت برجسته و رنگی در قالب "Section A"، در شکل (۶) ارائه شده است. اگر همین تحلیل روی مدل مورد نظر تحت اثر حذف مهارهای افقی در

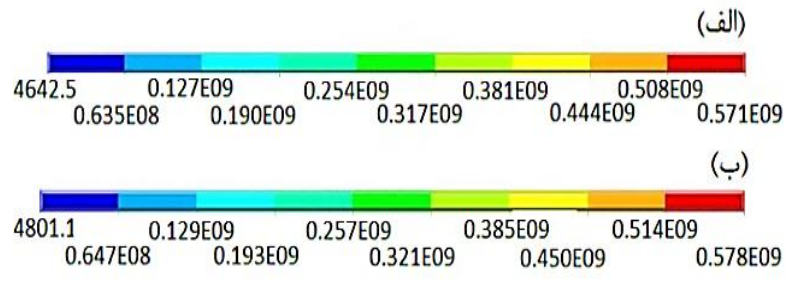


شکل ۴- شکل مودهای حاصل از آنالیز مودال عددی

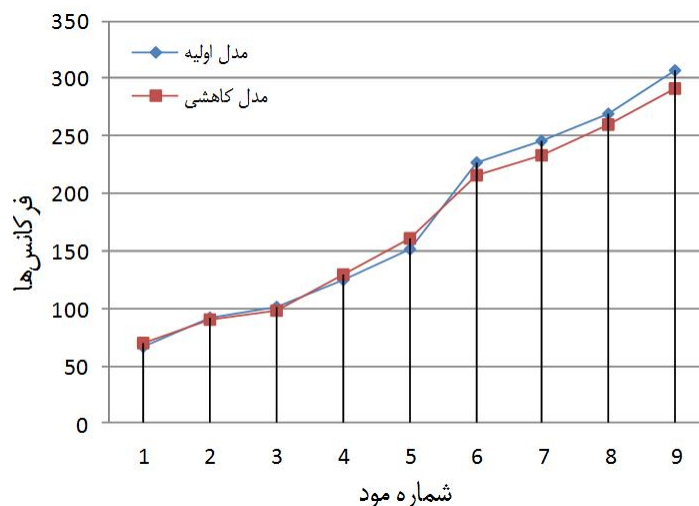


شکل ۶- پاسخ سازه در قالب تنش معادل گرهی تحت معیار فون میسز

شکل ۵- شکل مود اول حاصل از آنالیز مودال تجربی



شکل ۷- محدوده تغییرات تنش معادل گرهی برای الف) مدل المان محدود و ب) مدل بدون مهار افقی



شکل ۸- مقایسه فرکانس‌های مدل کاهش‌ی با مدل اولیه

فرکانس‌های مدل اولیه در شکل (۸) آورده شده است. بدین ترتیب مدل نهایی مورد استفاده مطابق شکل (۹) حاصل می‌شود. کلیه مدل‌های المان محدود در این مطالعه در نرم‌افزار انسیس مدل شده‌اند.

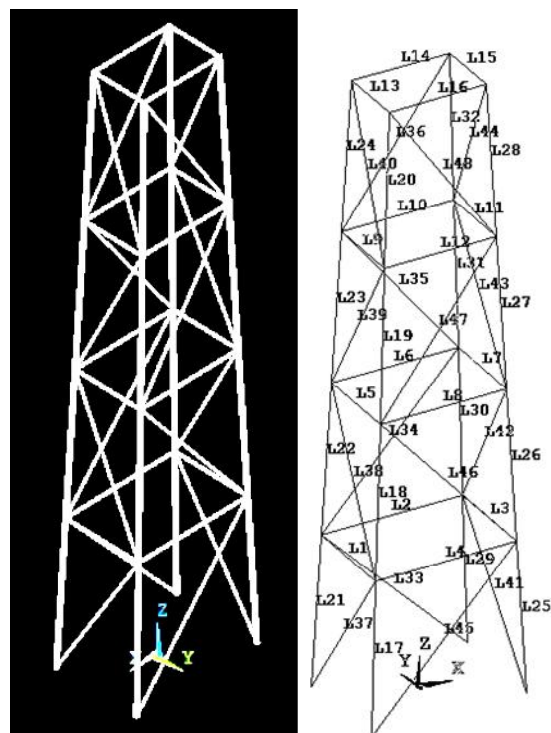
## ۶- نتایج

### ۶-۱- روش ضرایب لاگرانژی

ابتدا فرایند به‌روزرسانی براساس به‌روزرسانی ماتریس سختی با فرض صحیح بودن ماتریس جرم صورت گرفته است. ماتریس جرم و سختی در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) به‌صورت شماتیک ارائه شده است. در این راستا معادله (۱۰) برای به‌روزرسانی ماتریس سختی استفاده شده است. نتایج اخذ شده در جدول (۱) و شکل (۱۲) آورده شده است.

با بررسی شکل (۱۲) مشاهده می‌شود ماتریس سختی به‌روزرسانی شده دارای بیشترین پراکندگی مقادیر نسبت به قطر اصلی است. بنابراین، حتی اگر مقادیر ویژه و بردارهای ویژه تقریباً به‌طور کامل به‌روزرسانی شوند، سیستم جدید نمی‌تواند ماهیت فیزیکی سازه واقعی را ارائه دهد.

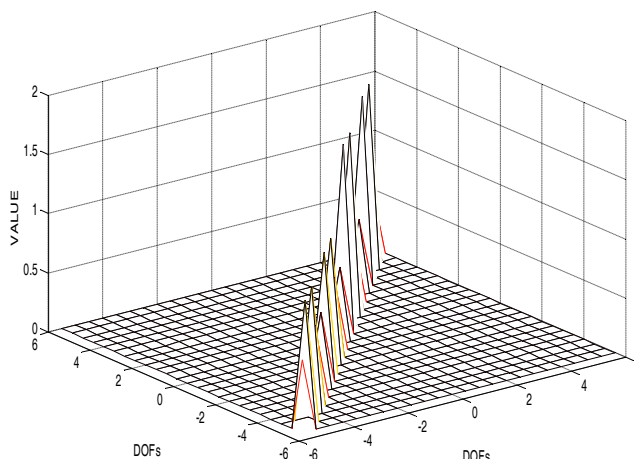
در ادامه مطابق روند مرحله اول، با صحیح فرض کردن ماتریس بردار ویژه اندازه‌گیری شده (عدم نیاز به اصلاح)،



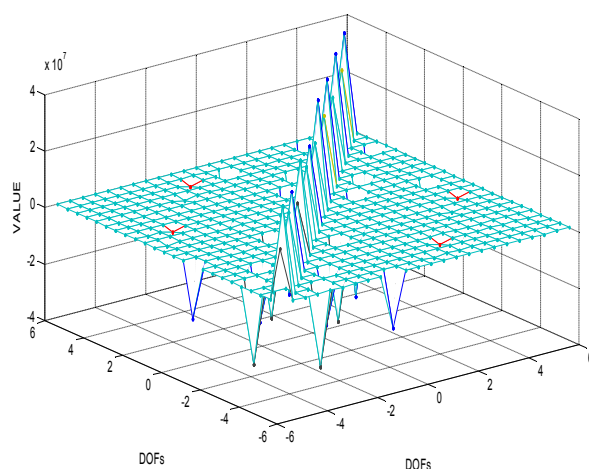
شکل ۹- مدل المان محدود نهایی سکوی جک‌تی

### ۵-۲- مدل المان محدود نهایی سکوی جک‌تی

با بهره‌گیری و اعمال روش کاهش گویان تعداد درجات آزادی ماتریس‌های دینامیکی به نصف کاهش یافته است. نتیجه این کاهش مدل از نقطه نظر فرکانس‌های به‌دست آمده در مقایسه با



شکل ۱۰- ماتریس جرم مدل المان محدود اولیه سازه جکتی



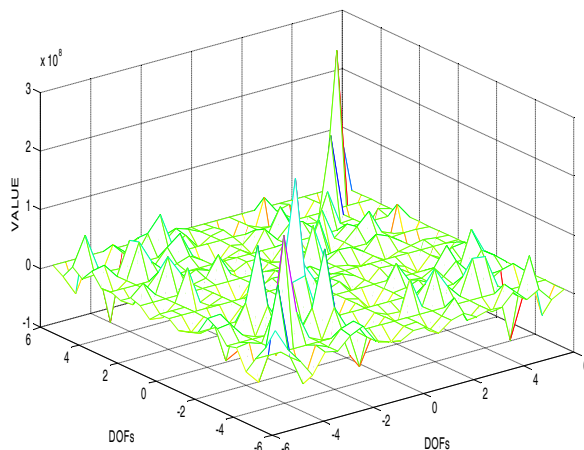
شکل ۱۱- ماتریس سختی مدل المان محدود اولیه سازه جکتی

جدول ۱- نتایج به‌روزرسانی روش ضرایب لاگرانژی- حالت اول

فرکانس عددی	فرکانس تجربی	فرکانس به‌روزرسانی شده	معیار اطمینان
۶۷/۲۹	۵۸/۳۴	۵۸/۵۹	۰/۹۹۳
۹۱/۶۴	۹۴/۱۳	۹۳/۸۴	۰/۹۹۲
۱۰۰/۸	۱۰۶/۲۱	۱۰۶/۶	۰/۹۹۴
۱۲۵/۱	۱۳۰/۲۸	۱۲۹/۸۷	۰/۹۹۱

بنابراین تنها تفاوت آنها را می‌توان در تعداد و نوع ماتریس‌های در حال به‌روزرسانی دید. نتایج به‌روزرسانی در جدول (۲) ارائه شده است. در واقع، این روش بیشتر برای به‌روزرسانی ماتریس سختی مفید است. با این حال، مطابق شکل‌های (۱۳) و (۱۴) باید

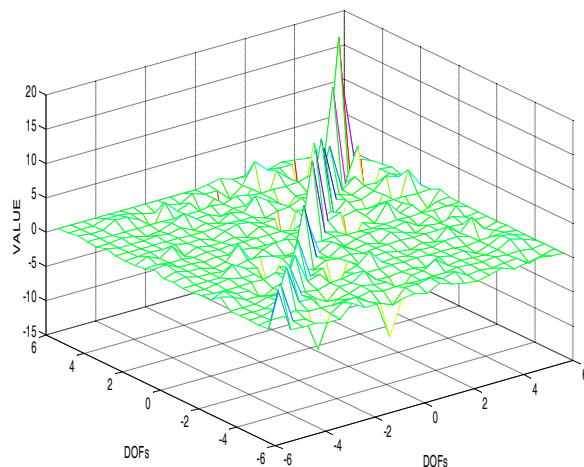
در جهت به‌روزرسانی هر دو ماتریس سختی و جرم اقدام شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت نتایج حاصله مشابه نتایج اخذ شده از مرحله اول (به‌روزرسانی تنها ماتریس سختی) است، چرا که هر دو روش براساس روش بهینه‌سازی مشابه ساخته شده‌اند.



شکل ۱۲- خصوصیات ماتریس سختی به روزرسانی شده با ماتریس جرم ثابت در روش مستقیم لاگرانژی

جدول ۲- نتایج به روزرسانی روش ضرایب لاگرانژی- حالت دوم

فرکانس عددی	فرکانس تجربی	فرکانس به روزرسانی شده	معیار اطمینان
۶۷/۲۹	۵۸/۳۴	۵۸/۴۲	۰/۹۹۴
۹۱/۶۴	۹۴/۱۳	۹۴/۰۰	۰/۹۹۱
۱۰۰/۸	۱۰۶/۲۱	۱۰۶/۳۵	۰/۹۹۵
۱۲۵/۱	۱۳۰/۲۸	۱۳۰/۴۷	۰/۹۹۲

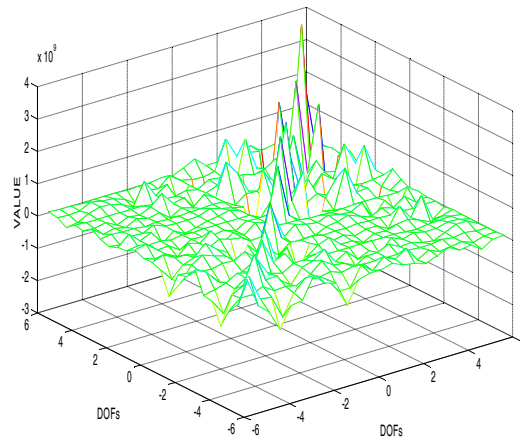


شکل ۱۳- خصوصیات ماتریس جرم به روزرسانی شده بر اساس ماتریس بردار ویژه اندازه گیری شده در روش مستقیم لاگرانژی

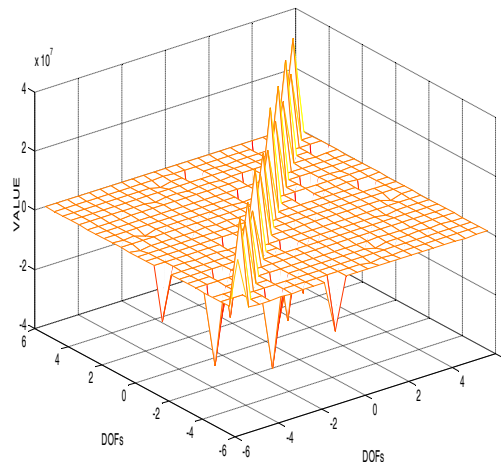
۲-۶- روش تابع جریمه (به روزرسانی مدل المان محدود بر اساس حساسیت مقادیر ویژه)

مزیت اصلی این روش توانایی انتخاب پارامترها توسط کاربر با توجه به جایگاه آنها نسبت به قطر اصلی است و همچنین

اشاره کرد که هر چند میزان پراکندگی ماتریس سختی نسبت به روش قبلی کمتر است، ولی همچنان ماتریس جرم دیگر قطری نیست و در ضمن ماتریس سختی جدید یک نمایش فیزیکی از سازه ارائه نمی دهد.



شکل ۱۴- خصوصیات ماتریس سختی به‌روزرسانی شده با ماتریس بردار ویژه اندازه‌گیری شده در روش مستقیم لاگرانژی



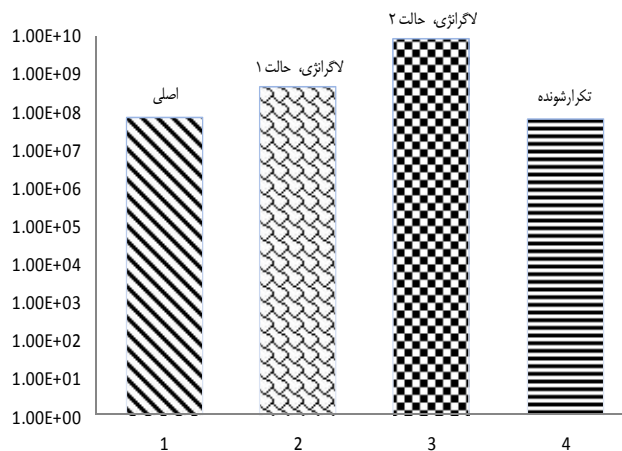
شکل ۱۵- خصوصیات ماتریس سختی به‌روزرسانی شده با روش تکرار شونده براساس حساسیت مقادیر ویژه

جدول ۳- نتایج به‌روزرسانی براساس حساسیت مقادیر ویژه (روش تکرار شونده - تابع جریمه)

معیار اطمینان	فرکانس به‌روزرسانی شده	فرکانس تجربی	فرکانس عددی
۰/۹۹۲	۵۸/۸۳	۵۸/۳۴	۶۷/۲۹
۰/۹۹۲	۹۴/۶۱	۹۴/۱۳	۹۱/۶۴
۰/۹۹	۱۰۶/۸۵	۱۰۶/۲۱	۱۰۰/۸
۰/۹۹۲	۱۳۱/۰۴	۱۳۰/۲۸	۱۲۵/۱

کوچک‌تر پراهمیت هستند لذا از وزن زیادی در فرایند به‌روزرسانی برخوردار خواهند شد. از این‌رو اگر روند وزن‌دهی به‌طور مناسب انجام گیرد، مقادیر ویژه خیلی بزرگ که نقش زیادی در رفتار دینامیکی سازه ندارند، دارای وزن نزدیک به صفر خواهند بود. نتایج به‌روزرسانی مطابق جدول (۳) ارائه شده

سهولت در وزن‌دار کردن پارامترها یکی دیگر از مزیت‌های آن به‌شمار می‌رود. از آنجایی که در این روش پارامترها می‌توانند انتخاب شوند، لذا این روش قادر به به‌روزرسانی ماتریس سختی سازه مطابق شکل (۱۵) با حفظ موقعیت مقادیر مؤلفه‌های ماتریس نسبت به قطر اصلی است. به‌علت اینکه مقادیر ویژه



شکل ۱۶- محدوده تغییرات نرم ماتریس سختی برای روش‌های مختلف

همچنین در آن با استفاده از آنالیز حساسیت پاسخ سیستم به یک تحریک پایه، رویه انتخاب درجات آزادی غیرفعال در مرحله کاهش مدل با یک معیار مناسب مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این عملکرد منجر به همگرایی سریع‌تر الگوریتم تکرار و همچنین حذف موده‌های کم اثر می‌شود. در نهایت با توجه به نتایج اخذ شده از روش‌های مستقیم و تکرار شونده می‌توان این چنین اظهار نظر کرد که اگر هدف از به‌روزرسانی، انجام انواع تحلیل‌ها و طراحی‌های مبتنی بر استفاده از ماتریس‌های دینامیکی  $[K]$  و  $[M]$  باشد، بهتر است از روش مستقیم (به‌روزرسانی ماتریس‌های  $[K]$  و  $[M]$  با مرجع قرار دادن ماتریس بردار ویژه اندازه‌گیری شده) برای به‌روزرسانی ماتریس‌های دینامیکی بهره گرفت. همان‌طور که قبلاً بیان شد در این صورت هر دو ماتریس  $[K]$  و  $[M]$  به‌روزرسانی شده با بیشترین خصوصیات از مدل تجربی مطابقت دارند. همچنین اگر در محاسبات صرفاً هدف استفاده از تکنیک‌های تشخیص آسیب در تک‌تک المان‌های سازه باشد بهتر است از روش تکرار شونده (روش تابع جریمه یا هر روش مشابه دیگری) استفاده کرد. چرا که ماتریس به‌روزرسانی شده ماهیت فیزیکی کاملی از سازه را ارائه می‌دهد. در این مطالعه با استفاده از فرایند به‌روزرسانی مدل المان محدود براساس مدل تجربی، تا حد امکان فائق آمدن بر مسأله عدم قطعیت در مدل‌سازی نیز

است. همچنین با توجه به شکل (۱۶)، کمترین نرم  $1^4$  مربوط به ماتریس به‌روزرسانی شده با روش تابع جریمه براساس حساسیت مقادیر ویژه و بیشترین نرم مربوط به ماتریس به‌روزرسانی شده با روش مستقیم (به‌روزرسانی همزمان ماتریس‌های  $M$  و  $K$ ) است که به ترتیب نشان‌دهنده میزان پراکندگی کم و زیاد مقادیر است (ارائه و عدم ارائه ماهیت فیزیکی).

## ۷- نتیجه‌گیری

این تحقیق با استفاده از نتایج آزمایش روی مدل قاب فضایی سازه جکته فراساحلی در مقیاس کوچک در آزمایشگاه دینامیک سازه، مطالعه‌ای را در مورد روش‌های به‌روزرسانی مستقیم و تکرار شونده ارائه می‌دهد. از این‌رو، تمرکز این مقاله در راستای به‌روزرسانی ماتریس‌های جرم و سختی براساس مقادیر ویژه یک سکوی فولادی نوع جکت با هر دو روش مستقیم و تکرار شونده با هدف از بین بردن عدم قطعیت‌های موجود در مدل‌سازی سازه‌ای با بهره‌گیری از اطلاعات مودی اندازه‌گیری شده محدود است. افزون بر این، روش کاهش گویان برای رفع دو چالش عمده در این زمینه یعنی، عدم هماهنگی تعداد حسگرهای اندازه‌گیری و درجات آزادی مدل تحلیلی و اندازه‌گیری داده‌های نویزدار اعمال شد.



محاسبات است بنابراین با استفاده از نتایج ارائه شده در این مطالعه، هم در زمان و هم در هزینه صرفه‌جویی خواهد شد.

در نظر گرفته شده است. از آنجایی که عوامل اصلی در مسائل مرتبط با آنالیز دینامیکی سازه‌ها، پرهزینه و زمان‌بر بودن

## واژه‌نامه

1. spatial incompleteness
2. Guyan
3. augmented
4. MATLAB
5. master
6. slave
7. substructure

8. ANSYS
9. block lanczos
10. frequency response function
11. experimental modal analysis
12. operational modal analysis
13. modal assurance criterion
14. norm

## مراجع

1. Wang, S. H., Li, Y., and Li, H., "Structural Model Updating of an Offshore Platform using the Cross Model Cross Mode Method: An Experimental Study", *Ocean Engineering*, Vol. 97, pp. 57-64, 2015.
2. Chen, H. P., and Maung, T. S., "Regularised Finite Element Model Updating using Measured Incomplete Modal Data", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, pp. 5566-5582, 2014.
3. Fang, S. E., Zhang, Q. H., and Ren, W. X., "An Interval Model Updating Strategy using Interval Response Surface Models", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 60, pp. 909-927, 2015.
4. Berman, A., and Nagy, E. J., "Improvement of a Large Analytical Model using Test Data", *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 8, pp. 1168-1175, 1983.
5. Caesar, B., "Update and Identification of Dynamic Mathematical Models", *4th IMAC*, Los Angeles, California, pp. 394-401, 1986.
6. Denoyer, K. K., and L. D. Peterson, L. D., "Method for Structural Model Update using Dynamically Measured Static Flexibility Matrices", *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 2, pp. 362-368, 1997.
7. Imregun, M., Visser, W. J.; and Ewins, D. J., "Finite Element Model Updating using Frequency Response Function Data-I: Theory and Initial Investigation", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, No. 2, pp. 187-202, 1995.
8. Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, Second ed. Research Studies Press Ltd, 2000.
9. Hu, S. L. J., Li, H., and Wang, S. H., "Cross-Model Cross-Mode Method for Model Updating", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, pp. 1690-1703, 2007.
10. Lin, R. M., Du, H., and Ong, J. H., "Sensitivity Based Method for Structural Dynamic Model Improvement", *Computers & Structures*, Vol. 47, No. 3, pp. 349-369, 1983.
11. Lin, R. M., Lim, M. K., and Du, H., "Improved Inverse Eigensensitivity Method for Structural Analytical Model Updating", *Transactions American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 117, No. 3, pp. 190-199, 1995.
12. Taylan, K., Erdinc, N., Yildiz, H., and Nevzat, O., "A New Method to Determine Dynamically Equivalent Finite Element Models of Aircraft Structures from Modal Test Data", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 31, pp. 94-108, 2012.
13. Friswell, M. I., and Mottershead, J. E., *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.
14. Esfandiari, A., Bakhtiari-Nejad, F., Sanayei, M., and Rahai, A., "Structural Finite Element Model Updating using Transfer Function Data", *Computers & Structures*, Vol. 88, No. 1, pp. 54-64, 2010.
15. Hua, X. G., Chen, Z. Q., and He, X. H., "Monte Carlo Study of the Effect of Measurement Noise in Model Updating with Regularization", *Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 94, pp. 182-194, 2012.
16. Sinha, J. K., and Friswell, M. I., "Simplified Models for the Location of Cracks in Beam Structures using Measured Vibration Data", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 251, No. 1, pp. 13-38, 2002.
17. Modak, S. V., Kundra, T. K., and Nakra, B. C., "Comparative Study of Model Updating Methods using Simulated Experimental Data", *Computers & Structures*, Vol. 80, pp. 437-447, 2002.
18. Jaishi, B., and Ren, W. X., "Damage Detection by Finite Element Model Updating using Modal Flexibility Residual", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 290, pp. 369-387, 2006.
19. Jaishi, B., and Ren, W. X., "Finite Element Model Updating Based on Eigenvalue and Strain Energy Residuals using Multiobjective Optimization Technique", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 1, pp. 2295-2317, 2007.
20. Baruch, M., and Wis, M., "Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices using Vibration Tests", *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 11, pp. 1200-1210, 1978.

21. Fiswell, M. I., and Mottershead, J. E., "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 167, No. 2, pp. 347-375, 1993.
22. Miguel, L. F. F., and Menezes, R. C. R., "Model Updating of a Frame Structure using Penalty Functions Based Procedures", *Mecanica Computacional*, Vol. 25, pp. 1583-1592, 2006.
23. Fox, R. L., and Kapoor, M. P., "Rate of Change of Eigenvalues and Eigenvectors", *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 6, pp. 2426-2429, 1968.
24. Wittrick, W. H., "Rates of Change of Eigenvalues, with Reference to Buckling and Vibration Problems", *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol. 66, pp. 590-599, 1962.
25. Gyan, R. J., "Reduction of Stiffness and Mass Matrices", *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 2, pp. 380, 1965.
26. Hutton, D. V., *Fundamentals of Finite Element Analysis*, 7th edn. McGraw-Hill, New York, 2004.
27. Fu, Z. H.; and He, J., *Modal Analysis*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2001.
28. Tshilidzi, M., *Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics*, Heidelberg: Springer, 2010.
29. Li, H., Wang, Sh., and Yang, H., "Modal strain energy decomposition method for damage detection of an offshore structure using modal testing information", *Third Chinese German Joint Symposium on Coastal and Ocean Engineering National Cheng Kung University*, Tainan, November 8-16, 2006.