

## برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و نگهداری و تعمیرات با در نظر گرفتن دوره‌های یکسان نت

مسعود ربانی<sup>۱\*</sup>، محمدحسین افرازه<sup>۱</sup>، ساسان امینی<sup>۲</sup> و حامد فرخی اصل<sup>۳</sup>

۱. دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران

۲. دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۳. دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۰۷/۱۳)

**چکیده** - موضوع نگهداری و تعمیرات و یکپارچه کردن آن با مسئله زمان‌بندی تولید، با توجه به نقش تأثیرگذار آن در قیمت تمام شده محصول نهایی، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این پژوهش حالات مختلف برای هر خط تولید به صورت مستقل و مجزا، در زمان‌های کاری عادی و اضافه‌کاری و با در نظر گرفتن امکان برون‌سپاری، مورد مطالعه قرار گرفته است. هدف این پژوهش پیدا کردن استراتژی بهینه نگهداری و تعمیرات و یکپارچه‌سازی آن با برنامه‌ریزی تولید در یک سیستم تولید دسته‌ای است، به نحوی که بدون سفارش عقب افتاده، پاسخگوی تقاضا باشد و جمع هزینه‌های تولید و نگهداری و تعمیرات را در یک افق برنامه‌ریزی محدود حداقل کند. بدین منظور یک مدل ریاضی برای این مسئله مورد بررسی پیشنهاد شده است. برای حل مدل ریاضی، از دو روش فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و جستجوی هارمونی استفاده شده است و پاسخ‌ها مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. دو الگوریتم از نظر کیفیت جواب‌ها عملکرد قابل قبول و نزدیکی را فراهم آورده‌اند.

واژه‌های کلیدی: نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، زمان‌بندی تولید، سیستم‌های تولید مستعد شکست، استراتژی‌های یکپارچه‌سازی.

## A Cyclical Integrated Production and Maintenance Systems Planning with Consideration of Identical Maintenance Periods

M. Rabbani<sup>1\*</sup>, M. H. Afraze<sup>1</sup>, S. Amini<sup>2</sup> and H. Farrokhi-Asl<sup>3</sup>

1. Department of Industrial Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2. Department of Industrial Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

3. Department of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

**Abstract:** Integrating the concepts of maintenance and production planning strategies is one of the most recent and important

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mrabani@ut.ac.ir

issues for the reason of their effects on the final product price. This paper considers different situations for production lines, separately and independently, in ordinary time and overtime, assuming possibility of outsourcing. This paper aims to find an optimal maintenance strategy and to integrate maintenance strategy with production planning in batch production environment in order to reduce backorder sales and decrease the production and maintenance cost in the specified planning horizon. Therefore, a new mathematical formulation is proposed for this problem. The proposed mathematical model is solved with two metaheuristic algorithms, namely simulated annealing and harmony search algorithms, and the obtained results are compared with each other. Regarding numerical results, two applied algorithms show acceptable results and the performance of the algorithms are almost identical.

**Keywords:** Preventive maintenance, production planning, failure-prone manufacturing systems, integrated strategies.

## فهرست علائم

اندیس محصول	$i$	تعداد ساعت کاری هر کارگر در دوره زمانی $t$ ام	$g_t$
اندیس دوره زمانی	$t$	درصدی از ظرفیت نیروی کار که برای اضافه کاری در دوره $t$ ام در دسترس است.	$a_t$
اندیس خط تولیدی	$j$	تعداد نفر ساعت مورد نیاز برای تولید یک واحد محصول $i$ ام در زمان عادی	$u_i$
مجموعه محصولات	$I$	تعداد نفر ساعت مورد نیاز برای تولید یک واحد محصول $i$ در زمان اضافه کاری	$u'_i$
مجموعه دوره زمانی	$T$	زمان مورد نیاز ماشین برای تولید یک واحد از محصول $i$ ام در زمان تولید عادی و اضافه کاری	$e_i$
مجموعه خط تولیدی	$L$	ظرفیت ماشین در دسترس در زمان عادی در دوره $t$ در خط تولید $j$ ام	$M_t^j$
تقاضای پیش بینی شده محصول خانواده $i$ ام در دوره $t$ ام (براساس داده های پیشین)	$d_{it}$	درصدی از حداقل تقاضای پیش بینی شده محصول $i$ ام که تعیین کننده سقف کسری در دوره $t$ ام است.	$W_{it}$
هزینه یک واحد تولید محصول $i$ ام در زمان عادی دوره $t$ ام در خط $j$ ام	$C_{it}^j$	درصدی از ظرفیت ماشین که در هر دوره به علت نت پیشگیرانه از دست می رود.	$k_1t$
هزینه یک واحد تولید محصول $i$ ام در زمان اضافه کاری در دوره $t$ ام در خط $j$ ام	$C_{it}^j$	درصدی از ظرفیت ماشین که در دوره $t$ به علت نت اضطراری از دست می رود.	$k_2t$
هزینه یک نفر-ساعت کارگر در دوره $t$ ام در زمان عادی در خط $j$ ام	$C_{jt}^j$	درصدی از ظرفیت تولید ماشین که برای اضافه کاری در دوره $t$ ام در دسترس است برای تولید $j$ ام	$b_{jt}$
هزینه یک نفر-ساعت کارگر در دوره $t$ ام در زمان اضافه کاری در خط $j$ ام	$C_{jt}^j$	متغیر صفر و یک تولید محصول $i$ در خط $j$ در دوره زمانی $t$ ام	$BN_{it}^j$
هزینه یک واحد محصول $i$ ام تهیه شده از طریق قرارداد جانبی در دوره $t$	$C_{5it}$	میزان تولید محصول خانواده $i$ ام در زمان تولید عادی در دوره $t$ ام در خط $j$ ام	$x_{it}^j$
هزینه راه اندازی مربوط به محصول $i$ در دوره $t$ ام در خط $j$ ام	$C_{6it}^j$	میزان تولید محصول خانواده $i$ ام در زمان اضافه کاری در دوره $t$ ام در خط $j$ ام	$y_{it}^j$
هزینه انجام نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در دوره $t$ ام در خط $j$ ام	$C_{7it}^j$	تعداد نیروی کار مورد نیاز در دوره $t$ ام برای خط تولید $j$ ام	$W_t^j$
هزینه نگهداری یک واحد از محصول $i$ ام در انبار در دوره $t$ ام	$C_{8it}$	تعداد نیروی کار استخدام شده در دوره $t$ ام در خط تولید $j$ ام	$H_t^j$
هزینه یک واحد کسری (یا سفارش عقب افتاده) از	$C_{9it}$	تعداد نیروی کار اخراج شده در دوره $t$ ام در خط	$L_t^j$

تولید $z$ ام	محصول $i$ ام در دوره $t$ ام		
ساعت اضافه کاری مورد نیاز در دوره $t$ ام برای خط	$OT_t^j$	هزینه اخراج یک نفر کارگر در دوره $t$ ام که	$C_1^j$
تولید $z$ ام		مشغول فعالیت در خط $z$ ام بوده	
سطح موجودی محصول خانواده $i$ ام در انتهای دوره	$I_{it}$	هزینه استخدام یک نفر کارگر در دوره $t$ ام که	$C_1^j$
$t$ ام		مشغول فعالیت در خط $z$ ام بوده	
سطح کسری (سفارش عقب افتاده) محصول خانواده	$B_{it}$	هزینه انجام نت اصلاحی در دوره $t$ ام در خط $z$ ام	$C_2^j$
$i$ ام در دوره $t$ ام			
میزان محصول خانواده $i$ ام که در دوره $t$ ام توسط	$SC_{it}$	ظرفیت انبار برای نگهداری محصول $i$ در دوره $t$ ام	$I_{max_{it}}$
قرارداد جانبی تهیه شده است.			
متغیر نگهداری و تعمیرات در صورت انجام	$PM_t^j$	حداقل تقاضای پیش بینی محصول $i$ ام که تعیین	$S_{max_{it}}$
نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در ابتدای دوره $t$ ام		کننده سقف کسری در دوره $t$ ام است.	
در خط $z$ ام مقدار یک و در غیر این صورت مقدار			
صفر می گیرد.			
متغیر نگهداری و تعمیرات در صورت انجام	$CM_t^j$	حداکثر میزان محصول $i$ ام که مجاز به تهیه از	$SC_{max_{it}}$
نگهداری و تعمیرات اضطراری در ابتدای دوره $t$ ام		طریق قرارداد جانبی در دوره $t$ ام است.	
در خط $z$ ام مقدار یک و در غیر این صورت مقدار			
صفر می گیرد.			
		حداکثر نیروی کار در دسترس در دوره $t$ ام	$W_{max_t}$

## ۱- مقدمه

[۱]. همچنین این اتفاق باعث تغییر در کیفیت محصول و سطح سرویس سازمان می شود [۱]. در حالی که مدل های برنامه ریزی تولید به دنبال بالانس کردن هزینه های راه اندازی<sup>۲</sup> سیستم با هزینه های تولید و مواد و دارایی ها هستند و مدل های نت تلاش می کنند که عملکرد سیستم تولیدی را بهینه کنند و از این طریق هزینه را کاهش و سود را افزایش دهند، به بررسی همزمان این دو مدل کمتر توجه شده است [۳]. مدل های سنتی برنامه ریزی تولید که اغلب بر پایه برنامه ریزی خطی بنا شده اند، به خوبی در گذشته بسط داده شده اند، اما یکپارچه سازی این مدل ها با برنامه ریزی نگهداری و تعمیرات از مسائلی است که اخیراً مورد بررسی قرار گرفته است [۴]. هماهنگی این دو حوزه، عملکرد خوب یک سیستم را تضمین می کند [۵].

به هر حال وقوع خرابی در ماشین آلات اجتناب ناپذیر است و این اتفاق می تواند علاوه بر تأخیر در تکمیل سفارش مشتریان باعث افزایش هزینه های عملیاتی نیز شود و

امروزه بسیاری از سازمان ها با توجه به وجود شرایط رقابتی، سرمایه گذاری زیادی بر ماشین آلات پیچیده و سیستم های با تکنولوژی بالا انجام داده اند. برای اقتصادی شدن این سرمایه گذاری، سعی بر آن است که از این تجهیزات گران قیمت و سایر منابع موجود، اعم از نیروی کار و یا ماشین آلات، حداکثر بهره برداری را در طول زمان تولید کرد [۱]. حفظ بهره وری سازمان در یک سطح مناسب، از جمله نشانه های موفقیت یک سازمان است که به طور قابل ملاحظه ای به سیستم تولید و قابلیت اطمینان آن وابسته است. این موضوع خود به عوامل زیادی از جمله نرخ توقف های پیش بینی نشده و نیز توانایی و برنامه ریزی سازمان در کاهش این توقفات و لحاظ کردن آن در برنامه ریزی تولید وابسته است [۲]. وقتی یک خرابی از پیش تعیین نشده اتفاق می افتد و خط تولید متوقف می شود، اغلب موجب کاهش بهره وری سیستم و اختلال در برنامه ریزی تولید<sup>۱</sup> می شود

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۶

برنامه‌ریزی تولید را دچار اختلال کند [۲]. پس لازم است نگهداری و تعمیرات به‌عنوان یک استراتژی مؤثر در کاهش هزینه‌ها و به تبع آن افزایش سودآوری به‌صورت صحیحی مورد استفاده قرار بگیرد و طبیعتاً درنظر گرفتن محدودیت‌های سیستم همانند دسترس‌پذیری<sup>۳</sup> می‌تواند امکان برنامه‌ریزی بهتر برای تطابق با اهداف سازمان را فراهم کند [۳]. از اهداف یکپارچه‌سازی<sup>۴</sup> می‌توان به تأثیر آن بر کاهش قیمت تمام شده محصول نهایی اشاره کرد که از طریق حداقل کردن هزینه نگهداری و تعمیرات و زمان تأخیر در تحویل سفارشات محقق می‌شود. با اجرای این یکپارچگی، زمان‌بندی تولید با درنظر گرفتن پتانسیل خطوط تولید و دسترس‌پذیری تجهیزات و ماشین‌آلات می‌تواند تا حد زیادی تصویری حقیقی از میزان تحقق اهداف سیستم تولید ارائه دهد [۶].

نگهداری تجهیزات در یک محیط خوب از طریق پیاده‌سازی عملیات نگهداری و تعمیرات، یک سیستم قابل اعتماد<sup>۵</sup> را به‌وجود می‌آورد [۵]. انواع مدل‌های مختلف نگهداری و تعمیرات از جمله نگهداری اصلاحی<sup>۶</sup>، نگهداری پیشگیرانه<sup>۷</sup>، نگهداری براساس شرایط<sup>۸</sup> و... وجود دارند که با توجه به منابع مطالعه شده برای این تحقیق، مشاهده شد در بیشتر موارد و خصوصاً در سال‌های اخیر، از سیستم نت پیشگیرانه استفاده شده است. امروزه در صنعت، نت پیشگیرانه از کاربردی‌ترین سیاست‌های نگهداری و تعمیرات است که عبارت است از تمام فعالیت‌هایی که وقتی دستگاه فعال یا سالم بوده به‌منظور بازیابی، نگهداشت، جلوگیری از خرابی و ایجاد ثبات صورت می‌گیرد [۷]. در این سیاست، یک جز در بازه‌های زمانی ثابت و مستقل از تاریخچه خرابی‌اش به‌صورت پیشگیرانه مورد بررسی و در مواردی تعویض قرار می‌گیرد و در صورت خرابی میان دوره، به‌صورت نگهداری اصلاحی عمل می‌شود [۸].

این اولین پژوهش در حوزه یکپارچگی برنامه‌ریزی تولید با برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات است که حالات مختلف

در زمان‌های کاری عادی و اضافه‌کاری به‌صورت مستقل برای هر خط تولیدی و همچنین هزینه‌ها و محدودیت برون‌سپاری را درنظر گرفته است، به‌علاوه مباحث تأمین نیروی کار مورد نیاز و استخدام و اخراج‌های مورد نیاز هم به‌صورت سیکل‌های ثابت در تحقیق مدنظر قرار گرفته شده است. برای حل مدل ریاضی، از دو روش فرا ابتکاری شبیه‌سازی تبرید<sup>۹</sup> و جستجوی هارمونی<sup>۱۰</sup> استفاده شده است. هدف این تحقیق پیدا کردن استراتژی بهینه نگهداری و تعمیرات و یکپارچه‌سازی آن با برنامه‌ریزی تولید در یک سیستم تولید دسته‌ای است، که بدون سفارش عقب افتاده تقاضا را کامل کند و جمع هزینه‌های تولید و نت را در یک افق برنامه‌ریزی محدود حداقل کند.

مسئله یکپارچه‌سازی برنامه‌ریزی تولید و نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در سیستم‌های تولیدی مستعد خرابی در سال‌های اخیر به یکی از موضوعات جذاب و مهم در حوزه تحقیقات برنامه‌ریزی تولید تبدیل شده است. دلیل این اهمیت و توجه با درنظر گرفتن شرایط رقابتی حاکم بر بازارها و لزوم افزایش بهره‌وری قابل درک است. مسئله قابلیت اطمینان سیستم تولیدی در اکثر بخش‌های برنامه‌ریزی تولید کرد پیدا می‌کند و برنامه‌ریزان را با چالش مواجه می‌سازد. در ادبیات برنامه‌ریزی و توالی عملیات غالباً چنین فرض می‌شود که زمان‌های مورد نیاز برای نگهداری و تعمیرات از پیش تعیین شده و مشخص است و در زمان برنامه‌ریزی در دسترس قرار دارد [۹]. در این حالت می‌توان مسئله برنامه‌ریزی تولید را در دسته مسائل برنامه‌ریزی تولید با محدودیت زمان در اختیار داشتن ماشین‌آلات درنظر گرفت. این مسئله جزء مسائل پیچیده محاسباتی طبقه‌بندی می‌شود.

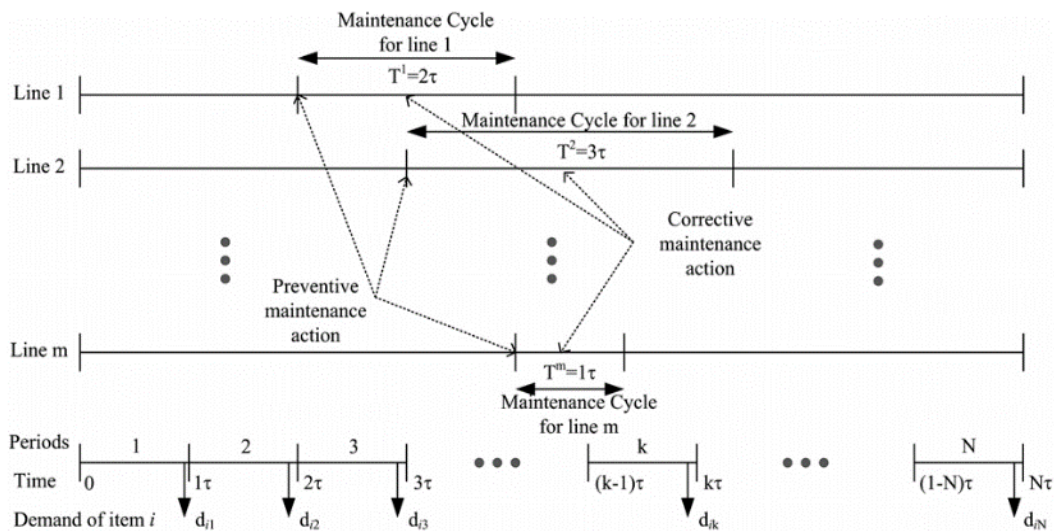
آدیری و همکاران [۱۰] نشان دادند که مسئله برنامه‌ریزی ماشین‌آلات تکی، حتی در حالتی که زمان‌های خرابی نیز از پیش معین است جزء مسائل دشوار محاسباتی طبقه‌بندی می‌شوند. لی [۱۱] یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای حل

بهینه مسئله برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و نگهداری و تعمیرات توسعه داد. کویباک و همکاران [۱۲] مسئله پیچیدگی محاسباتی برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و نگهداری و تعمیرات را در حالت برنامه‌ریزی برای دو ماشین و با دوره‌های دلخواه خارج از دسترس بودن ماشین‌آلات مورد مطالعه قرار دادند. برای کسب اطلاعات مفیدی در خصوص برنامه‌ریزی ماشین‌آلات با محدودیت در زمان در دسترس بودن ماشین‌آلات از مرجع [۱۳] می‌توان استفاده کرد. وین اشتاین و چانگ [۱۴] مدلی برای ارزیابی سیاست نگهداری و تعمیرات سازمان پیشنهاد کردند. در رویکرد آنها سعی می‌شود تا انحراف از اهداف تعریف شده در مرحله برنامه‌ریزی حداقل شود. آقزاف و نجید [۱] مدلی برای برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و نگهداری و تعمیرات با هدف تأمین تمام تقاضای محصول بدون ایجاد تقاضای پس‌افت و با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های تولید و نگهداری و تعمیرات در یک سیستم تولید دسته‌ای پیشنهاد کردند. یالویی و همکاران [۴] خطوط تولیدی چند محصولی و چند دوره‌ای را در نظر گرفتند و عامل تحلیل ماشین‌آلات در خلال زمان را نیز در مدل‌سازی دخالت دادند. روش حل آنها با بهره‌گیری از روش آزادسازی زمان محاسباتی حل را در مقایسه با رویکرد آقزاف و نجید [۱] بهبود بخشید.

## ۲- مدل ریاضی

در این تحقیق حالت چند خط تولید موازی با سیستم تولید دسته‌ای که مستعد خرابی<sup>۱۱</sup> است، با چندین دوره زمانی و چندین نوع محصول تولیدی، همچنین سیر نزولی خطوط که به‌عنوان کم‌کننده ظرفیت بر اثر مرور زمان است، در یک افق برنامه‌ریزی محدود در نظر گرفته شده که یک دیدگاه همه‌جانبه به‌شمار می‌آید [۱ و ۴]. فرض بر این است که اگر در طول دوره دستگاه با خرابی مواجه شود که این خرابی‌ها به‌صورت تصادفی رخ می‌دهند، حداقل تعمیراتی به‌صورت اضطراری برای بازگرداندن آن به شرایط قبلی صورت

می‌گیرد، ولی نت پیشگیرانه به‌صورت دوره‌ای برای برگرداندن دستگاه به وضعیت اولیه برای داشتن بیشترین راندمان انجام می‌شود [۱ و ۴]. هر کدام از خرابی‌ها از ظرفیت تولید در آن دوره زمانی می‌کاهد. یعنی به واسطه از کار افتادن دستگاه و زمان از دست رفته بخشی از ظرفیت تولیدی را از دست می‌دهیم [۱ و ۴]. فعالیت‌های نت پیشگیرانه در اول هر دوره انجام می‌شود. همچنین اگر نگهداری و تعمیرات در یک دوره انجام شود تا پایان همان دوره کامل می‌شود [۴]. انتخاب سیاست نت در هزینه تولید تأثیر می‌گذارد، همچنین هزینه نت هم وابسته به سیاست نت است، چون تعداد فعالیت‌های نگهداری در محاسبه هزینه نت مؤثر است [۱]. قرار است در افق برنامه‌ریزی  $T = N\tau$  که شامل  $N$  دوره با طول ثابت  $\tau$  است، مجموعه‌ای از محصولات در خطوط تولیدی  $j \in L$  تولید شوند. برای هر کدام از محصولات  $i \in I$  تقاضایی به میزان  $d_{it}$  باید در هر دوره زمانی  $t \in T$  تأمین شود. محدودیت زمان تولید در وقت عادی و همچنین در زمان اضافه‌کاری در نظر گرفته شده است. همچنین محدودیت برون‌سپاری برای هر خط تولید باید لحاظ شود. بدین منظور تعدادی پارامتر به‌شرح ذیل تعریف شده است:  $W_{\max_i}$  مشخص‌کننده حداکثر نیروی کار در دسترس در دوره  $t$  ام و  $g_t$  میزان ساعت کاری عادی کارگران در دوره زمانی  $t$  ام است. ظرفیت ماشین در دسترس در زمان عادی در دوره  $t$  ام در خط تولید  $j$  ام به‌وسیله  $M_j^t$  نشان داده می‌شود که به‌کمک این پارامتر محدودیت‌های ظرفیتی شکل می‌گیرند. به‌علاوه با تعریف متغیرهای  $a_t$  به‌عنوان درصدی از ظرفیت نیروی کار در دسترس برای اضافه‌کاری در دوره  $t$  و  $b_t$  به‌عنوان درصدی از ظرفیت تولید ماشین در زمان اضافه‌کاری در دوره  $t$  و خط تولید  $j$  است که در دسترس است. جهت زمان اضافه‌کاری محدودیت‌های ظرفیتی زمان اضافه‌کاری شکل می‌گیرند و درنهایت برای برون‌سپاری تولید هم پارامترهای  $SC_{\max_{it}}$  که بیانگر حداکثر میزان محصول  $i$  ام، که مجاز به تهیه از طریق



شکل ۱- یک چرخه تولید ادغام شده با سیاست‌های نگهداری و تعمیرات مدنظر با دوره‌های یکسان

ظرفیت انبار برای نگهداری محصول  $i$  در دوره  $t$  است. در نهایت تابع چگالی احتمال شکست هر خط تولید یعنی  $f_i(t)$  که تابع توزیع تجمعی آن  $F_j(t)$  است، تعریف می‌شود. نرخ شکست هر خط تولیدی ( $f_i(t)$ ) سیستم به صورت رابطه (۱) به دست می‌آید:

$$r_j(t) = \frac{f_j(t)}{1 - F_j(t)} \quad \forall j \in L, \forall t \in \text{Horizon} \quad (T) \quad (1)$$

با توجه به هدف حداقل کردن تعمیرات صورت گرفته، از یک فرایند پواسون غیرهمگن برای مدل کردن در دوره  $(t$  و  $0$ ) استفاده شده است، در نتیجه تعداد خرابی مورد انتظار به صورت  $\int_0^t r(t) dt$  قابل محاسبه است.

سیاست نگهداری و تعمیرات در نظر گرفته شده تعیین می‌کند که نگهداری در زمان‌های از پیش تعیین شده‌ای مانند  $T = k\tau, 2k\tau, 3k\tau, \dots$  در هر خط تولیدی به صورت نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه صورت بگیرد و در صورت وقوع خرابی پیش‌بینی نشده که فرض شده است به صورت تصادفی به وقوع می‌پیوندد، حداقل تعمیری برای برگرداندن دستگاه به وضعیت قبلی انجام می‌گیرد. فرض می‌شود همه فعالیت‌های نت به صورت بی‌نقص صورت می‌پذیرد. شکل (۱) ترکیب تولید و استراتژی

قرارداد جانبی در دوره  $t$  ام هستیم، تعریف شده‌اند.

$H_t^j$  برای مشخص کردن تعداد نیروی کار استخدام شده در دوره  $t$  ام در خط تولید  $j$  ام و همچنین  $L_t^j$  برای تعداد نیروی کار اخراج شده در دوره  $t$  ام در خط تولید  $j$  ام تعریف شده‌اند که با توجه به پارامترهای  $u_j$ ، که بیانگر تعداد نفر-ساعت مورد نیاز برای تولید یک واحد محصول  $i$  ام در زمان عادی و  $u_{ij}$  که تعداد نفر-ساعت مورد نیاز برای تولید یک محصول  $i$  در زمان اضافه‌کاری است، باید محدودیت‌ها را ارضا کنند. برای مشخص کردن زمان مورد نیاز ماشین برای تولید یک واحد از محصول  $i$  ام در زمان تولید عادی و اضافه‌کاری،  $e_i$  تعریف می‌شود. بخشی از این ظرفیت‌ها به دلیل فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات از دسترس خارج می‌شود که به کمک دو پارامتر  $k_1$ ، که درصدی از ظرفیت ماشین است که در هر دوره به علت نت پیشگیرانه از دست می‌رود، و همچنین  $k_2$ ، که درصدی از ظرفیت ماشین که در هر دوره به علت نت اضطراری از دست می‌رود، قابل مدل‌سازی می‌شود.  $W_{1it}$  درصدی از حداقل تقاضای پیش‌بینی شده محصول  $i$  ام که تعیین کننده سقف کسری در دوره  $t$  ام است. به دلیل وجود محدودیت گنجایش انبار، پارامتر مورد نیاز ما  $I_{\max_{it}}$  است که برابر

نگهداری و تعمیرات در ترکیب مدنظر ما را در خطوط تولیدی مختلف با سیکل‌های یکسان نمایش می‌دهد [۱].

## ۱-۲- تابع هدف

هدف مسئله، حداقل کردن هزینه کل در افق برنامه‌ریزی است. جزء اول مجموع هزینه تولید عادی و اضافه‌کاری است که از حاصل ضرب تعداد تولید در هزینه یک واحد تولید در هر خط تولید به دست می‌آید، به علاوه هزینه راه‌اندازی دستگاه‌های خط تولید، به شرطی که تولید در آن خط صورت پذیرد، جزء دوم هزینه نیروی کار در زمان عادی و اضافه‌کاری است:

$$f = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^L (Cv_{it}^j x_{it}^j + C\gamma_{it}^j y_{it}^j + C\epsilon_{it}^j BN_{it}^j) + \sum_{j=1}^L \sum_{t=1}^T (C\gamma_t^j W_t^j + C\epsilon_t^j OT_t^j) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (C\delta_{it} SC_{it}) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (C\lambda_{it} I_{it} + C\alpha_{it} B_{it}) + \sum_{j=1}^L \sum_{t=1}^T (C\eta_t^j H_t^j + C\theta_t^j L_t^j) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[ \frac{T}{n_j} \right] (Cv_t^j + C\gamma_t^j \int_0^{n_j \tau} r_j(t) dt) \quad (2)$$

جزء سوم، هزینه محصولات تهیه شده از طریق قرارداد جانبی، جزء چهارم هزینه نگهداری موجودی و کسری محصولات است و جزء پنجم هزینه تغییرات نیروی کار از طریق اخراج و استخدام نیروی کار در هر دوره است. جزء آخر تابع هدف نیز هزینه نگهداری و تعمیرات است که طبق توضیحات زیر وارد تابع هدف این مدل می‌شود:

$\phi^j(n_j)$  که هزینه نگهداری و تعمیرات در خط تولید زام با دوره‌های زمانی ثابت است، یک تابع غیرخطی است که از دو جز نت پیشگیرانه و نت اصلاحی تشکیل شده است. با فرض  $T = n\tau$  که  $\tau$  برابر طول هر دوره زمانی است:

$$\phi^j(n_j) = \sum_{t=1}^T \left[ \frac{T}{n_j} \right] (Cv_t^j + C\gamma_t^j \int_0^{n_j \tau} r_j(t) dt) \quad (3)$$

می‌توان فرض کرد که  $F_j(0) = 0$  که از طریق آن رابطه (۴) به دست می‌آید:

$$\int_0^a r_j(t) dt = \int_0^a \frac{f_j(t)}{1-F_j(t)} dt = \log\left(\frac{1-F_j(0)}{1-F_j(a)}\right) = \log(1-F_j(0)) - \log(1-F_j(a)) \quad (4)$$

با جای گذاری رابطه بالا در  $\phi^j(n_j)$  رابطه (۵) به دست می‌آید که برای محاسبات مناسب‌تر است:

$$\phi^j(n_j) = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^L \left[ \frac{T}{n_j} \right] (Cv_t^j - C\gamma_t^j * \log(1-F_j(n_j \tau))) \quad (5)$$

## محدودیت‌ها

$$d_{it} = I_{it-1} - B_{it-1} - I_{it} + B_{it} + SC_{it} + \left( \sum_{j=1}^L x_{it}^j + y_{it}^j \right) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^I I_{it} < I_{max_{it}} \quad (7)$$

$$B_{it} \leq W_{it} S_{min_{it}} \quad (8)$$

$$SC_{it} \leq SC_{max_{it}} \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^L W_t^j \leq W_{max_t} \quad (10)$$

$$W_t^j = W_{t-1}^j + H_t^j + L_t^j \quad (11)$$

$$H_t^j \cdot L_t^j = 0 \quad (12)$$

$$I_{it} B_{it} = 0 \quad (13)$$

$$OT_t^j \leq g_t a_t W_t^j \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^I u_i x_{it}^j \leq g_t W_t^j \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^I u_i y_{it}^j \leq OT_t^j \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I e_i x_{it}^j + (1 - PM_t^j) K\gamma_t M_t + (1 - CM_t^j) K\gamma_t \int_{\alpha_t}^{\alpha_t + \tau} r_j(t) dt \leq M_t^j \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^I e_i y_{it}^j + (1 - PM_t^j) K\lambda_t b_t^j M_t^j + (1 - CM_t^j) K\gamma_t b_t^j M_t^j \int_{\alpha_t}^{\alpha_t + \tau} r_j(t) dt \leq b_t^j M_t^j \quad (18)$$

محدودیت (۱۶) زمان مورد نیاز برای تولید اضافه‌کاری باید از زمان در دسترس نیروی کار در زمان اضافه‌کاری کمتر باشد. در محدودیت (۱۷) مجموع زمان مورد نیاز برای تولید عادی در ماشین‌آلات به‌علاوه زمان نگهداری و تعمیرات به‌علاوه زمان کاهش یافته از ظرفیت به‌علت خرابی در سیستم باید کمتر از ظرفیت ماشین در دوره باشد. محدودیت (۱۸) نشان می‌دهد که مجموع زمان مورد نیاز جهت تولید در زمان اضافه‌کاری با در نظر گرفتن این که در صورت انجام نشدن نگهداری و تعمیرات درصد معینی از زمان در دسترس ماشین صرف خرابی می‌شود، باید کمتر از ظرفیت ماشین در زمان اضافه‌کاری باشد که این ظرفیت کسر شده، درصد معینی از ظرفیت عادی ماشین است. این دو محدودیت برای راحتی بیشتر در محاسبات به‌صورت رابطه (۲۲) نوشته می‌شود:

$$\sum_{i=1}^I e_i x_{it}^j + (1 - PM_t^j) K_{it} M_t + (1 - CM_t^j) K_{it} * \log(1 - F_j(\alpha_t)) - \log(1 - F_j(\alpha_t + \tau)) \leq M_t^j \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^I e_i y_{it}^j + (1 - PM_t^j) K_{it} b_{it}^j M_t^j + (1 - CM_t^j) K_{it} b_{it}^j M_t^j * \log(1 - F_j(\alpha_t)) - \log(1 - F_j(\alpha_t + \tau)) \leq b_{it}^j M_t^j \quad (23)$$

رابطه (۱۹) متغیر انجام یا عدم انجام نگهداری و تعمیرات است که در صورت انجام عملیات نگهداری و تعمیرات در دوره  $t$  مقدار یک و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد. رابطه (۲۰) متغیر انجام یا عدم انجام نگهداری و تعمیرات اضطراری است که در صورت انجام عملیات نگهداری و تعمیرات اضطراری در دوره  $t$  مقدار یک و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد. در محدودیت (۲۱) متغیرهای تصمیم مدل معرفی می‌شوند که عبارتند از: میزان تولید در زمان عادی، میزان تولید در اضافه‌کاری، میزان استخدام، میزان اخراج، زمان اضافه‌کاری، موجودی دوره، کسری دوره، میزان قرارداد جانبی دوره و متغیر صفر و یک انجام دو حالت نگهداری و تعمیرات در دوره است که غیر از زمان اضافه‌کاری بقیه متغیرهای تصمیم، متغیر عدد صحیح

$$PM_t^j = \begin{cases} 0, & \text{if a PM action is performed} \\ & \text{at the beginning of period } t \text{ for line } j \\ 1, & \text{O.W} \end{cases} \quad (19)$$

$$CM_t^j = \begin{cases} 0, & \text{if a CM action is performed} \\ & \text{at the beginning of period } t \text{ for line } j \\ 1, & \text{O.W} \end{cases} \quad (20)$$

$$OT_t^j \geq 0, (x_{it}^j, y_{it}^j, W_t^j, H_t^j, L_t^j, I_{it}, B_{it}, SC_{it}) \in \mathbb{Z}^+ \quad (21)$$

که در آن  $\mathbb{Z}$  مجموعه اعداد صحیح است محدودیت (۶)، تعادل تولید در هر دوره است که در این تعادل تقاضای هر محصول برابر است با مجموع موجودی دوره قبل به‌علاوه تولید عادی و اضافه‌کاری آن محصول به‌علاوه قرار داد جانبی منهای موجودی آخر دوره، که برای محصولات مختلف در دوره‌های مختلف است. در محدودیت (۷) مجموع موجودی محصولات مختلف در هر دوره باید از حداکثر ظرفیت مجاز موجودی در هر دوره کمتر باشد. در محدودیت (۸) کسری هر محصول برای هر دوره باید از درصد معینی از حداقل تقاضای آن محصول در هر دوره، کمتر باشد. در محدودیت (۹) حجم قرارداد جانبی برای هر محصول در هر دوره باید از حداکثر مقدار مجاز قرارداد جانبی آن محصول در هر دوره کمتر باشد. در محدودیت (۱۰) تعداد نیروی کار در هر دوره باید از حداکثر نیروی کار در دسترس در آن دوره کمتر باشد. محدودیت (۱۱) تعادل نیروی کار را بیان می‌کند، که براساس این تعادل تعداد نیروی کار هر دوره برابر تعداد نیروی کار دوره قبل به‌علاوه استخدام و اخراج طی دوره است. براساس محدودیت (۱۲) در هر دوره یا استخدام و یا اخراج داریم و براساس محدودیت (۱۳) در هر دوره موجودی و یا کسری داریم. محدودیت (۱۴) سقف ظرفیت زمان اضافه‌کاری نیروی کار برای هر دوره را بیان می‌کند. در محدودیت (۱۵) زمان مورد نیاز برای تولید در زمان عادی باید از زمان در دسترس نیروی کار در زمان عادی کمتر باشد که این زمان براساس تعداد نیروی کار در زمان عادی در تعداد ساعات در دسترس بودن هر نیروی کار در هر دوره تعیین می‌شود. براساس



```

For (j = 1 to n) do
  If (r1 < HMCR) then
    Xnew(j) = Xa(j) where a ∈ {1, 2, ..., HMS}
    If (rr < PAR) then
      Xnew(j) = Xnew(j) + / - rr * BW where r1, rr, rr ∈ (0, 1)
    Endif
  Else
    Xnew(j) = LBj + r * (UBj - LBj), where r ∈ (0, 1)
  Endif
endfor

```

شکل ۲- شبه کد برای تولید جواب جدید در الگوریتم جستجوی هارمونی

هماهنگی بیشتری در ارکستر ایجاد می‌کند. هدف از این فرایند رسیدن به شرایطی است که صدای دلنشینی خروجی کل گروه ارکستر باشد. در الگوریتم جستجوی هارمونی، هر حل یک هارمونی نامیده می‌شود و توسط یک بردار نمایش داده می‌شود. این الگوریتم سه مرحله اصلی دارد، مقدار دهی اولیه، بهبود بردار هارمونی و به‌روز کردن حافظه الگوریتم. در مرحله اول یک نسل اولیه از جواب‌ها به‌طور تصادفی ایجاد و در حافظه هارمونی ذخیره می‌شود. در مرحله دوم با استفاده از قواعد در نظر گرفتن حافظه، تطبیق گام و نسل‌سازی تصادفی، یک بردار هارمونی جدید و یا در واقع یک حل جدید ایجاد می‌شود [۱۶].

الگوریتم جستجوی هارمونی یک رویه پنج مرحله‌ای است. گام اول تعیین مقادیر اولیه برای پارامترهای الگوریتم است. این پارامترها شامل اندازه حافظه هارمونی، نرخ در نظر گرفتن حافظه هارمونی، نرخ تطبیق گام، فاصله پهنای باند و تعداد بهبوده است. در گام دوم بردارهای حل تصادفی در حافظه الگوریتم ثبت می‌شود. در گام سوم بردار حل جدید تولید می‌شود. برای این کار ابتدا یک عدد تصادفی بین صفر و یک تولید می‌شود. اگر این عدد از مقدار نرخ در نظر گرفتن حافظه هارمونی کمتر بود، یک مقدار به‌صورت تصادفی از میان مقادیر موجود در هارمونی برای آن متغیر انتخاب می‌شود و در غیر این صورت، مقداری به‌طور تصادفی از مجموعه مقادیر ممکن برای آن متغیر انتخاب می‌شود. شکل (۲) یک شبه کد برای تولید جواب جدید در الگوریتم جستجوی هارمونی را نشان می‌دهد. در گام چهارم در صورتی که

هستند. برای مدل‌سازی فوق از [۱۵] نیز علاوه بر سایر منابع مذکور کمک گرفته شده است. به‌منظور اعتبارسنجی مدل، داده‌هایی به‌صورت تصادفی تولید و مثالی در مقیاس کوچک توسط نسخه ۲۴،۱،۳ نرم‌افزار GAMS<sup>®</sup> کدنویسی شد و در سیستم عامل ۶۴ بیتی با پردازنده مرکزی ۲،۲ گیگاهرتز و حافظه موقت ۴ گیگابایت اجرا شد. اطلاعات بیشتر در مورد مثال حل شده در پیوست یک قرار داده شده است.

### ۳- روش حل

مسئله مطرح شده در این مقاله جز مسائل سخت طبقه‌بندی می‌شود [۹]. با توجه به این واقعیت با افزایش بزرگی مسئله زمان لازم برای حل مسئله به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد. این قضیه موجب می‌شود که حل مسائل بزرگ‌تر مقدور نباشد. بدین‌منظور از روش‌های حل تقریبی یا الگوریتم‌های فرا ابتکاری که کارایی مناسبی در مسائل بزرگ دارند استفاده شده است. این مدل به وسیله دو الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی هارمونی و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید حل شده است که در ادامه به شرح آن پرداخته می‌شود.

#### ۳-۱- الگوریتم جستجوی هارمونی

الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی هارمونی از فرایندها بداهه‌نوازی گروه ارکستر الهام می‌گیرد و یکی از جدیدترین الگوریتم‌های فرا ابتکاری است که معرفی شده است. هر نوازنده گام‌هایی از آلت موسیقیایی خود را می‌نوازد که

جواب تولید شده در گام سوم، از بدترین جواب موجود در حافظه هارمونی بهتر باشد، جایگزین می‌شود و حافظه به‌روز می‌شود. در نهایت این رویه تا زمان برقراری شرط توقف که تعداد جواب‌های جدید ایجاد شده است، ادامه می‌یابد [۱۷].

### ۲-۳- الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، یکی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری و از دسته الگوریتم‌های جستجوی محلی است. خواص همگرایی و سهولت اجرا و همچنین قابلیت فرار از نقاط بهینه محلی موجب شده است تا این روش در دو دهه اخیر مورد اقبال و توجه پژوهشگران حوزه بهینه‌سازی قرار گیرد [۱۸].

این الگوریتم اولین بار توسط متروپلیس و با الهام از فرایند سرمایش و تبرید فلزات کریستالی مطرح شد. در فرایند بازپخت فلزات، فلز کریستالی حرارت داده می‌شود و سپس به آرامی سرد می‌شود. اگر نرخ کاهش دما بسیار کم باشد، کریستال‌ها به‌طور منظم کنار هم شکل می‌گیرند و به حالت ایده‌آل خود (معادل جواب بهینه) خواهند رسید. در هر تکرار از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، یک جواب ایجاد می‌شود و با بهترین جوابی که تاکنون به دست آمده است، مقایسه می‌شود. جواب‌های بهبود دهنده همیشه پذیرفته می‌شوند، همچنین تعدادی از جواب‌های غیر بهبود دهنده نیز به امید فرار از دام بهینگی محلی مورد پذیرش قرار می‌گیرند. با کاهش دما (در اینجا افزایش تکرارها) تعداد جواب‌های غیر بهبود دهنده پذیرفته شده کاهش می‌یابد و توزیع جواب‌ها متناظر یک زنجیره مارکوف ناهمگن خواهد بود که حالات پایدار آن همان جواب‌های بهینه سراسری خواهند بود. اثبات شده است که جواب الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به جواب بهینه سراسری همگرا است [۱۹].

گام‌های الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای یک مسئله حداقل‌سازی را می‌توان این‌گونه خلاصه کرد: ابتدا و قبل از شروع الگوریتم، می‌بایست برنامه سرمایش را تدوین کرد. مواردی چون دمای اولیه، دمای نهایی، تعداد تکرار الگوریتم

در هر دما و روش تولید جواب همسایه را مشخص کرد. سپس یک جواب اولیه ایجاد می‌شود، برای این کار می‌توان از سایر روش‌ها کمک گرفت. در ادامه یک جواب در همسایگی جواب فعلی ایجاد می‌شود، اگر جواب همسایه بهتر بود، پذیرفته می‌شود و در صورتی که بهتر نبود با محاسبه احتمال پذیرش، در خصوص قبول یا رد آن تصمیم گرفته می‌شود. در صورت رد جواب، دما کاهش می‌یابد. در انتها اگر شرط خاتمه برقرار شد، الگوریتم متوقف شده و بهترین جوابی که تاکنون به دست آمده را به‌عنوان جواب بهینه معرفی می‌کند، در غیر این صورت جواب همسایه دیگری ایجاد و الگوریتم تکرار می‌شود.

### ۳-۳- تولید جمعیت اولیه

برای تولید جمعیت اولیه برای  $x_{it}^j$ ،  $y_{it}^j$ ،  $SC_{it}^j$ ،  $PM_{it}^j$ ،  $CM_{it}^j$  باید کروموزوم تولید شود. مثلاً برای  $x_{it}^j$  به تعداد خطوط تولیدی ماتریس  $1 \times n$  تولید می‌شود که  $n$  برابر تعداد دوره‌های تولید است. همین کار را باید برای تولید در وقت اضافه و برون‌سپاری نیز انجام داد. براساس محدودیت حداکثر تعداد نیروی انسانی و محدودیت تعمیرات و نگهداری ماشین‌ها، تقاضای یک محصول بین خطوط مختلف و تأمین‌کننده خارجی، تولید داخلی و اضافه‌کاری تقسیم می‌شود. ابتدا تا جایی که ظرفیت تولید اصلی اجازه می‌دهد در خطوط مختلف تولید می‌شود و در مرحله بعد، باقی‌مانده تقاضا به وقت‌های اضافه‌کاری و یا تأمین‌کننده خارجی واگذار می‌شود. برای دوره‌های نگهداری و تعمیرات متغیرهایی به صورت صفر و یک از دوره اول، چند دوره یک‌بار برای نگهداری و تعمیرات انتخاب و در نهایت بهینه‌ترین حالت سیکلی برگزیده می‌شود. براساس مقدار تولید در وقت‌های اصلی و اضافه‌کاری، نیروی انسانی مورد نیاز محاسبه می‌شود.

فرض می‌شود که طول افق برنامه‌ریزی تولید  $H$  به اندازه دوره‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه  $T$  است، یعنی

جدول ۱- تقاضای پیش‌بینی شده محصول  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$t=4$	$t=3$	$t=2$	$t=1$	$d_{it}$
۶۶۸۰۰۰	۶۶۶۰۰۰	۶۵۴۰۰۰	۶۵۲۰۰۰	$i=1$
۶۶۸۰۰۰	۶۶۷۰۰۰	۶۶۷۰۰۰	۶۵۲۰۰۰	$i=2$
۶۸۸۰۰۰	۶۷۳۰۰۰	۶۶۸۰۰۰	۶۵۳۰۰۰	$i=3$
۶۴۵۰۰۰	۶۴۰۰۰۰	۶۴۰۰۰۰	۶۳۵۰۰۰	$i=4$

جدول ۲- میزان پارامترهای  $u_i$  و  $u_{i1}$  و  $e_i$

$e_i$	$u_{i1}$	$u_i$	
۰/۰۰۱	۰/۰۰۱۲۳	۰/۰۰۱۱۳	$i=1$
۰/۰۰۲	۰/۱۶۴۵۹	۰/۱۵۱	$i=2$
۰/۰۰۱	۰/۰۰۲۱۸	۰/۰۰۲	$i=3$
۰/۰۰۱	۰/۰۲۳۸۷	۰/۰۲۱۹	$i=4$

و  $C_9=20$  و  $C_{10}=24$  و  $C_{11}=20$  و  $C_{12}=30$  و  $I_{max}=4000000$  و  $W_1=0/6$  و  $S_{min}=600000000$  و  $b_1=0/3$  و  $M=90000$  و  $S_{max}=100000000$  هستند. به صورت کلی این پارامترها برای کلیه خطوط تولیدی و همه دوره‌ها و برای همه محصولات با توجه به اندیس‌های هر یک از پارامترها اختصاص داده شده‌اند. سایر پارامترها در جدول‌های (۲) و (۳) آورده شده است. هر دو الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی هارمونی و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با کمک نرم‌افزار MATLAB اجرا شده است. نتایج خروجی، به شرح جدول‌های (۴) تا (۱۱) است.

الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده در زمان  $305/94$  ثانیه به مقدار کمینه هزینه  $400841758$  واحد همگرا شد که این مقادیر برای الگوریتم جستجوی هارمونی به ترتیب برابر  $588/65$  ثانیه و  $408990447$  واحد به دست آمد. با توجه به اینکه الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده از نظر هزینه مقدار کمتری به عنوان خروجی ارائه کرده است و در شرایط یکسان از نظر زمان پاسخ‌دهی حدوداً دو برابر سرعت دارد، لذا برای مدل حاضر الگوریتم مناسب‌تری به‌شمار می‌آید. دوره‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه به صورت مستقل برای هر خط تولید

$H=N\tau$  و  $T=k\tau$  سپس  $n_i=[N/K]$  اگر  $N/K$  مقداری صحیح داشت و در غیر این صورت به صورت  $n_i=[N/K]+1$  نوشته می‌شود. متغیر  $k$  که بیانگر دوره‌های بهینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه است ( $T=k\tau$ ) تعریف می‌شود. براساس مقدار  $k$ ،  $n_i$  محاسبه شده و متناظر با آن تابع هزینه نگهداری و تعمیرات محاسبه می‌شود. سپس ظرفیت باقی‌مانده در دوره به دست می‌آید و مقدار به دست آمده از بخش برنامه‌ریزی تولید با آن جمع می‌شود. این روند ادامه می‌یابد تا کمترین مقدار هزینه به دست آید.

#### ۴- نتایج عددی

دو الگوریتم فوق با داده‌های ورودی یکسان اجرا می‌شود. فرض می‌شود که ۳ خط تولید وجود دارد که ۴ نوع محصول تولید می‌کنند و تعداد دوره‌ها برابر ۴ است. ( $I=4, T=4, J=3$ ) میزان تقاضای پیش‌بینی شده برای هر محصول در هر دوره زمانی در جدول (۱) آورده شده است. حداکثر نیروی کار در دسترس برای همه دوره‌ها ۵۰۰ نفر در نظر گرفته شده است.

هزینه‌های  $C_1=30$  و  $C_2=40$  و  $C_3=300$  و  $C_4=500$  و  $C_5=45$  و  $C_6=25$  و  $C_7=35$  و  $C_8=25$

جدول ۳- میزان پارامترهای  $a_t$  و  $g_t$  و  $k_t$  و  $kr_t$

$kr_t$	$k_t$	$g_t$	$a_t$	
۰/۰۵	۰/۰۵	۶۵	۰/۴	$t=1$
۰/۰۵	۰/۰۵	۶۵	۰/۳	$t=2$
۰/۰۵	۰/۰۵	۶۵	۰/۳	$t=3$
۰/۰۵	۰/۰۵	۶۵	۰/۴	$t=4$

جدول ۴- میزان تولید در وقت عادی

الگوریتم HS				الگوریتم SA				
$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	
۰	۰	۰	۰	۰	۲۲۹۱۴	۰	۰	$i=1$
۰	۰	۰	۳۷۷۰۶	۰	۱۶۳۵۱	۰	۰	$i=2$
۰	۰	۵۶۵۰۲۸	۶۶۵۵۲	۰	۵۷۷۹۶۱	۱۷۹۴۶۴	۰	$i=3$
۰	۲۹۰۹۲۱	۰	۵۳۷۱۴۵	۰	۰	۰	۰	$i=4$
۵۶۸۸۰۸	۰	۱۹۴۳۷۸	۲۱۶۸۶۱	۰	۴۸۰۴۲۰	۵۵۵۲۴	۵۱۰۳۳۷	$i=1$
۰	۰	۰	۸۱۶۲	۱۶۱۲۴۶	۱۸۵۶۶۸	۴۵۳۸۳	۷۰۴۶۴	$i=2$
۱۶۶۴۴۴	۱۱۵۷۸۶	۰	۰	۰	۰	۲۶۸۹۱۴	۳۵۳۵۱۱	$i=3$
۰	۲۵۱۷۸۹	۰	۰	۱۹۵۰۸۴	۰	۱۵۲۴۱۷	۳۰۹۸۱۶	$i=4$
۰	۵۰۳۴۶۱	۰	۰	۰	۰	۰	۳۳۵۷۱	$i=1$
۰	۶۷۸۶۶	۰	۵۹۱۵	۰	۰	۱۹۱۷۳	۰	$i=2$
۷۰۳۳۶	۰	۰	۴۳۴۶۹۶	۰	۰	۰	۰	$i=3$
۶۳۶۲۴۵	۰	۳۵۳۵۱۷	۰	۱۴۳۳۱۳	۰	۴۳۹۸۶۳	۲۹۶۴۷۸	$i=4$

جدول ۵- میزان تولید در وقت اضافه

الگوریتم HS				الگوریتم SA				
$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	
۰	۰	۰	۰	۰	۱۶۲۹۸۳	۰	۰	$i=1$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$i=2$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$i=3$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$i=4$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$i=1$
۰	۰	۰	۰	۰	۱۱۷۶۴	۰	۰	$i=2$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۲۲۴۰۸	۰	$i=3$
۰	۰	۰	۰	۱۱۴۴۹۳	۰	۰	۰	$i=4$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$i=1$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$i=2$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$i=3$
۰	۰	۰	۰	۲۶۰۷۸	۰	۰	۲۰۴۷۴	$i=4$

جدول ۶- میزان برون‌سپاری

الگوریتم HS				الگوریتم SA				
t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	
۹۹۱۹۲	۱۶۲۵۳۹	۴۵۹۶۲۲	۴۳۵۱۳۹	۱۳۱۱۳۹	۲۵۶۰	۵۹۸۴۷۶	۱۰۸۰۹۲	i=۱
۷۱۱۲۸۸	۴۸۴۳۵۷	۷۸۱۷۷۷	۵۹۹۵۱۷	۴۹۰۸۹۲	۴۵۱۴۲۶	۶۰۲۴۴۴	۵۸۱۵۳۶	i=۲
۴۵۱۲۲۰	۵۵۷۲۱۴	۱۰۲۹۷۲	۱۵۱۷۵۲	۵۹۸۲۴۹	۹۵۰۳۹	۲۸۷۸۵	۲۹۹۴۸۹	i=۳
۸۷۵۵	۹۰۲۹۰	۲۸۶۴۱۳	۹۷۸۵۵	۱۳۲۹۲۶	۶۴۶۴۹۵	۴۷۷۲۰	۲۰۵۴۴	i=۴

جدول ۷- میزان موجودی آخر هر دوره

الگوریتم HS				الگوریتم SA				
t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	
۰	۰	۰	۰	۰	۲۸۷۷	۰	۰	i=۱
۴۳۲۸۸	۰	۱۱۴۷۷۷	۰	۰	۰	۰	۰	i=۲
۰	۰	۰	۰	۰	۳۱۵۷۱	۳۱۵۷۱	۰	i=۳
۰	۰	۰	۰	۰	۱۸۸۰۷	۱۲۳۱۲	۱۲۳۱۲	i=۴

جدول ۸- میزان کمبود آخر هر دوره

الگوریتم HS				الگوریتم SA				
t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	
۰	۰	۰	۰	۵۳۳۹۸۴	۰	۰	۰	i=۱
۰	۰	۰	۰	۱۷۶۵۳	۱۷۹۱	۰	۰	i=۲
۰	۰	۰	۰	۵۸۱۸۰	۰	۰	۰	i=۳
۰	۰	۰	۰	۱۴۲۹۹	۰	۰	۰	i=۴

جدول ۹- میزان استخدام، اخراج و تعداد کارکنان آخر هر دوره

الگوریتم HS				الگوریتم SA				
t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	
۰	۸۱	۰	۰	۰	۵۱	۶	۰	j=۱
۰	۸۷	۰	۰	۱	۲۷۳	۰	۰	j=۲
۵۰	۴۷	۹۲	۰	۴۹	۰	۹۲	۰	j=۳
۹۹	۰	۲۵۳	۲۹	۵۷	۰	۰	۳۰۰	j=۱
۷۵	۰	۲۱	۲۷۵	۰	۰	۱۲۱	۱۲	j=۲
۰	۰	۰	۲۷۲	۰	۱۹۳	۰	۱۹۹	j=۳
۰	۹۹	۱۸	۲۷۱	۰	۵۷	۶	۰	j=۱
۱۶	۹۱	۴	۲۵	۴۴۱	۴۴۰	۱۶۷	۲۸۸	j=۲
۲۱۷	۱۶۷	۱۲۰	۲۸	۴۹	۰	۱۹۳	۱۰۱	j=۳

استخدام

اخراج

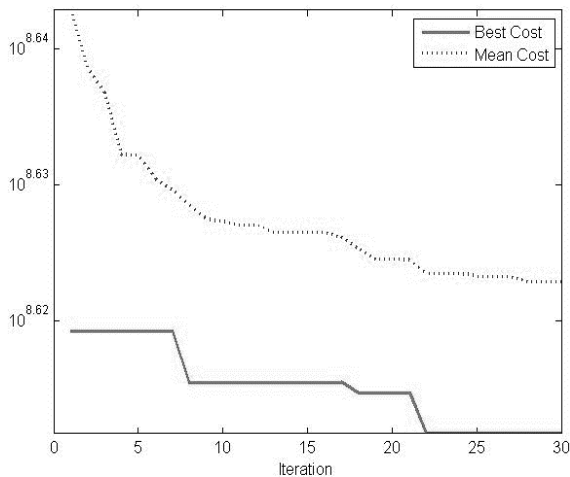
تعداد کارکنان  
آخر دوره

جدول ۱۰- انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

الگوریتم HS				الگوریتم SA				
t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	t=۴	t=۳	t=۲	t=۱	
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	j=۱
۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	j=۲
۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۱	j=۳

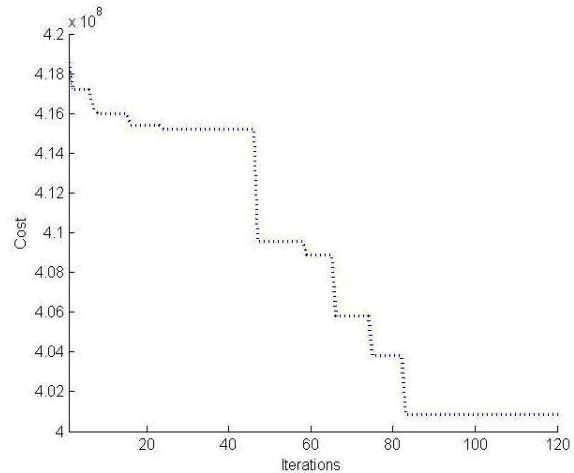
جدول ۱۱- هزینه‌ها

الگوریتم HS	الگوریتم SA	
۴۰۸۹۸۸۸۵۳	۳۹۷۶۰۵۳۷۸	هزینه بخش تولید
۱۵۹۴/۰۵۵۳۸۵۴۳۷۴۶	۳۲۳۶۳۸/۰۱۲۱۴۵۴۴	هزینه بخش نگهداری تعمیرات
۴۰۸۹۹۰۴۴۷/۰۵۵۳۸۶	۴۰۰۸۴۱۷۵۸/۰۱۲۱۴۶	مجموع هزینه‌ها



شکل ۴- روند بهبود الگوریتم جستجوی هارمونی در نرم‌افزار

MATLAB



شکل ۳- روند بهبود الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در نرم‌افزار

MATLAB

هارمونی شود. از طرفی برتری‌های الگوریتم جستجوی هارمونی با توجه به نتایج به دست آمده، مشخص است. در جواب‌های به دست آمده موجودی در دوره‌های کمتری نگه‌داشته شده و در عین حال میزان کمبود تمام دوره‌ها برابر صفر است.

### ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش برنامه‌ریزی مشترک تولید و نگهداری تعمیرات

مشخص شده است. به‌عنوان مثال برای خط تولید سوم هر دو الگوریتم دستور انجام عملیات نگهداری و تعمیرات به صورت یک دوره در میان می‌دهند. شکل‌های (۳) و (۴) روند بهبود هر دو الگوریتم را برای مدل ارائه داده شده با تکرار مشخص نشان می‌دهند. شرط یکسان بودن تعداد تکرار دو الگوریتم به این صورت است که در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، باید مقدار حاصل ضرب  $nMove \times MaxIt$  برابر حاصل ضرب  $nNew \times MaxIt$  در الگوریتم جستجوی

تعمیرات از ظرفیت تولید می‌کاهد. برای حل مدل یک چارچوب راه حل تکرار شونده‌ای<sup>۱۲</sup> ارائه شد. مثال عددی که با کمک دو الگوریتم مختلف حل شد و دارای جواب‌های نزدیک به هم بود به خصوص در بخش دوره‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و کل هزینه‌ها که بیانگر صحت و دقت بالای مدل و راه حل آن است. داده‌های مثال به صورت فرضی انتخاب شده بودند. در این تحقیق حالت چند خط تولید موازی که به صورت مستقل کار می‌کنند، با چندین دوره زمانی و چندین نوع محصول که یک دیدگاه همه جانبه به شمار می‌آید در نظر گرفته شده است.

مورد توجه قرار گرفته و برای آن یک مدل ریاضی ارائه و مدل به وسیله دو الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی هارمونی و الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، حل و یک نمونه مثال عددی در پژوهش آورده شد. این مدل به دنبال حداقل کردن هزینه‌ها است، در حالی که قابلیت اطمینان سیستم که مستعد شکست است را به وسیله برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات بهینه در وضعیت مطلوب نگه دارد. خرابی‌هایی هم در زمان تولید برای ماشین‌آلات در هر خط تولیدی اتفاق می‌افتد که با حداقل تعمیراتی به وضعیت قبل بر می‌گردند و تغییری در تابع نرخ خرابی نمی‌گذارد، همچنین هرگونه فعالیت نگهداری و

## واژه‌نامه

- |                        |                                |                                  |
|------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| 1. production planning | 5. reliable                    | 9. simulated annealing algorithm |
| 2. setup costs         | 6. corrective maintenance      | 10. harmony search algorithm     |
| 3. availability        | 7. preventive maintenance      | 11. failure-prone                |
| 4. integration         | 8. condition-based maintenance | 12. iterative solution framework |

## مراجع

- Aghezzaf, E. H., and Najid, M. N., "Integrated Production Planning and Preventive Maintenance in Deteriorating Production Systems", *Information Sciences*, Vol. 178, pp. 3382-3392, 2008.
- فلاح نیک بخش، پ، "یکپارچگی زمان‌بندی و نگهداری تعمیرات با رویکرد شبیه‌سازی براساس بهینه‌سازی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، ۱۳۹۲.
- Aghezzaf, E. H., Jamali, M. A., and Ait-Kadi, D., "An Integrated Production and Preventive Maintenance Planning Model", *European Journal of Operational Research*, Vol. 181, pp. 679-685, 2007.
- Yalaoui, A., Chaabi, K., and Yalaoui, F., "Integrated Production Planning and Preventive Maintenance in Deteriorating Production Systems", *Information Sciences*, Vol. 278, pp. 841-861, 2014.
- Aramon Bajestani, M. "Integrating Maintenance Planning and Production Scheduling: Making Operational Decisions with a Strategic Perspective", Ph.D. Thesis, University of Toronto, 2014.
- Lee, C. Y., and Chen, Z. L., "Scheduling Jobs and Maintenance Activities on Parallel Machines", *Naval Research Logistics*, Vol. 47, No. 145-165, 2000.
- Wang, H., "A Survey of Maintenance Policies of Deteriorating Systems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 139, pp. 469-489, 2002.
- Garg, A., and Deshmukh, S. G., "Maintenance Management: Literature Review and Directions", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 205-238, 2006.
- Qi, X., Chen, T., and Tu, F., "Scheduling the Maintenance Single Machine", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, No. 10, pp. 1071-1078, 1999.
- Adiri, I., Bruno, J., Frostig, E., and Rinnooy Kan, A. H. G., "Single Machine Downtime Scheduling with a Single Breakdown", *Acta Informatica* Vol. 26, pp. 679-696, 1989.
- Lee, C.Y., "Minimizing the Makespan in the Two Machines Flowshop Scheduling Problem with an Availability Constraint", *Operations Research Letters*, Vol. 20, pp. 129-139, 1997.
- Kubiak, W., Blazewicz, J., Formanowicz, P., Breit, J., and Schmidt, G., "Two-Machine Flow Shops with Limited Machine Availability", *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, pp. 528-540, 2002.
- Lee, C. Y., Machine Scheduling with an Availability Constraint. In: Leung, J. Y.-T. (Eds.), *Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis*, CRC Press, Boca Raton, 2004.
- Wienstein, L., and Chung, C. H., "Integrated Maintenance and Production Decisions in a Hierarchical Production-Planning Environment",

*Computer and Operations Research*, Vol. 26, pp. 1059-1074, 1999.

۱۵. هاشمی، س. م. و شیرویه‌زاد، ه.، *ارائه مدل یکپارچه*

*برنامه‌ریزی تولید ادغامی با در نظر گرفتن هزینه نگهداری و*

*تعمیرات*. <http://rasekhoon.net/article/show/914735>

16. Lee, K. S., and Geem, Z. W., "A New Meta-Heuristic Algorithm for Continuous Engineering Optimization: Harmony Search Theory and Practice", *Computer Methods in Applied Mechanics*

*and Engineering*, Vol. 194, pp. 3902-3933, 2005.

17. Omran, M. G. H., and Mahdavi, M., "Global-Best Harmony Search", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 198, pp. 643-656, 2008.

۱۸. عشقی، ک.، کریمی‌نسب، م.، *بهینه‌سازی ترکیبی و*

*الگوریتم‌های فراابتکاری*، آذرین مهر، ۱۳۹۱.

19. Gendreau, M., and Potvin, J. Y., *Handbook of Metaheuristics*, Springer, Berlin, 1999.