

## طراحی کنترل‌کننده غیرخطی مقید با استفاده از الگوریتم کرم شب‌تاب برای سیستم تعلیق فعال خودرو

زهرا آهانگری سیسی<sup>۱</sup>، مهدی میرزایی<sup>۱\*</sup>، صدرا رفعت‌نیا<sup>۱</sup> و بهروز علیزاده<sup>۲</sup>

۱- مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

۲- ریاضیات کاربردی، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۰۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۰۶/۲۵)

**چکیده** - راحتی سفر و ماندگاری خودرو روی جاده از مهم‌ترین معیارها در طراحی سیستم تعلیق فعال خودرو هستند، که به دلیل محدودیت عملکرد در تولید نیروی کنترلی، مسئله طراحی کنترل‌کننده برای این سیستم همواره با قید در ورودی کنترلی همراه است. در این مقاله یک روش جدید طراحی کنترل‌کننده غیرخطی بهینه برای سیستم تعلیق فعال خودرو با در نظر گرفتن قید روی ورودی کنترلی ارائه می‌شود. در روش کنترلی پیشنهادی، ابتدا یک شاخص عملکرد شبه نقطه‌ای به صورت ترکیب وزن‌داری از پاسخ‌های پیش‌بینی شده سیستم و ورودی کنترلی تعریف می‌شود. سپس مسئله کمینه کردن شاخص عملکرد در حضور قید ورودی، به صورت یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی مقید فرمول‌بندی شده و با استفاده از الگوریتم کرم شب‌تاب توسعه یافته حل می‌شود، تا قانون کنترل مقید به دست آید. به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم کنترلی ارائه شده، نتایج شبیه‌سازی سیستم کنترل شده با روش جدید در دو حالت نامقید و مقید بررسی می‌شوند. نتایج نشان‌دهنده عملکرد مطلوب کنترل‌کننده مقید ارائه شده در بهبود راحتی سفر با وجود قید روی ورودی کنترلی است، ضمن اینکه سایر پاسخ‌های سیستم تعلیق اعم از جابه‌جایی تعلیق و تایر در محدوده قابل قبول قرار می‌گیرند. همچنین به منظور صحت‌گذاری بر روش پیشنهاد شده، نتایج این روش‌ها با روش‌های کنترل مد لغزشی و مدل کنترل پیش‌بینی غیرخطی در حالت مقید و در حضور نامعینی مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: سیستم تعلیق فعال، کنترل غیرخطی، کنترل بهینه مقید، قید ورودی، الگوریتم کرم شب‌تاب.

## Design of a Constrained Nonlinear Controller using Firefly Algorithm for Active Suspension System

Z. Ahangari Sisi<sup>1</sup>, M. Mirzaei<sup>1\*</sup>, S. Rafatnia<sup>1</sup> and B. Alizadeh<sup>2</sup>

1. Faculty of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran.

2. Faculty of Basic Science, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran.

\* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: Mirzaei@sut.ac.ir

**Abstract:** Active vehicle suspension system is designed to increase the ride comfort and road holding of vehicles. Due to limitations in the external force produced by actuator, the design problem encounters the constraint on the control input. In this paper, a novel nonlinear controller with the input constraint is designed for the active suspension system. In the proposed method, at first, a constrained multi-objective optimization problem is defined. In this problem, a performance index is defined as a weighted combination of the predicted responses of the nonlinear suspension system and control input. Then, this problem is solved by the modified firefly optimization algorithm to find the constrained optimal control input. To evaluate the performance of the proposed method, the results of the unconstrained and constrained controllers are provided and discussed for various road excitations. The results show a remarkable increase in the ride comfort with the limited force, while other suspension outputs including the suspension travel and tire deflection being in the acceptable ranges. In addition, these controllers are compared with Sliding Mode Control (SMC) and Nonlinear Model Predictive Control (NMPC) in the presence of model uncertainty.

**Keywords:** Active suspension system, Nonlinear control, Constrained optimal control, Input constraint, Firefly algorithm.

## فهرست علائم

$\gamma$	ضریب جذب نور (پ-۲)	$c_1, c_2$	ضرایب میرایی سیستم تعلیق (۴) ( $Nsm^{-1}$ )
$\beta$	جذائیت (پ-۴)	$c_{us}$	ضریب میرایی تایر (۶) ( $Nsm^{-1}$ )
$\xi$	موقعیت کرم شب تاب (پ-۶)	$I(r)$	شدت نور (پ-۱)
$\tau$	بازه پیش‌بینی (۱۶)	$k_1, k_2, k_3$	ضرایب فنریت سیستم تعلیق (۳) ( $Nm^{-1}$ )
$\alpha$	طول گام (پ-۷)	$k_{us}$	ضریب فنریت تایر (۵) ( $Nm^{-1}$ )
$\varepsilon$	بردار تصادفی (پ-۷)	$m_s$	جرم معلق (۱) (kg)
		$m_{us}$	جرم غیرمعلق (۲) (kg)

## ۱- مقدمه

وظیفه سیستم تعلیق، مصون نگه داشتن سرنشینان و سایر قطعات خودرو از ضربات انتقالی به چرخ‌ها، در حین حرکت در جاده ناصاف است [۱]. از دیگر اهداف سیستم تعلیق حفظ تماس تایر با جاده است، در عین حال که جابه‌جایی سیستم تعلیق نیز باید در محدوده عملکردی مناسبی قرار گیرد. این اهداف ممکن است در تضاد با یکدیگر باشند، بنابراین برقراری مصالحه بین این اهداف بسیار مهم است.

اجزای اصلی سیستم تعلیق، فنرها و کمک‌فنرها (دمپرها) هستند. سیستم تعلیق با استفاده از خاصیت ذاتی فنرها و دمپرها به کاهش شتاب جرم معلق و جابه‌جایی نسبی سیستم تعلیق می‌پردازد. همچنین این سیستم به حفظ تماس تایرها با جاده جهت بهبود فرمان‌پذیری خودرو می‌پردازد. سیستم‌های تعلیق

غیرفعال خودرو با وجود عملکرد تقریباً مناسب، به دلیل داشتن خواص ثابت، به خوبی پاسخگوی تغییر شرایط جاده و ایجاد مصالحه بین این اهداف متضاد نیستند. یک روش مناسب برای رسیدن به اهداف سیستم تعلیق در دامنه وسیعی از فرکانس‌های ورودی جاده، استفاده از سیستم تعلیق فعال است. در سیستم تعلیق فعال برای کنترل دقیق میزان ارتعاشات خودرو از عملگرهای هیدرولیکی، نیوماتیکی یا الکترومغناطیسی به موازات فنر و دمپر استفاده می‌شود. در این نوع سیستم تعلیق با استفاده از اطلاعات حاصل از ارتعاش بدنه، استراتژی مناسب کنترلی اعمال می‌شود [۲]. بیشتر فنرها و دمپرها مورد استفاده در خودروها وقتی که تحت جابه‌جایی‌های بزرگ قرار می‌گیرند، رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهند و معادله نیروی حاصل از تغییر شکل آنها غیرخطی می‌شود. واضح است که

استفاده نشده است. در زمینه کنترل بهینه سیستم تعلیق فعال خودرو تحقیقات متعددی صورت گرفته است که عمده این کارها بر پایه بهینه‌سازی عملکرد سیستم تعلیق فعال است. وانگ و همکاران [۸] روی کنترل بهینه ارتعاشات سیستم تعلیق فعال خودرو بر اساس الگوریتم کالچرال<sup>۲</sup> پیشرفته تحقیق کردند. در این تحقیق برای کاهش ارتعاشات اتومبیل از مدل یک چهارم و استراتژی کنترلی فازی - PID استفاده شد. قوانین کنترل بهینه مبتنی بر پیش‌بینی پاسخ‌های سیستم تعلیق در مراجع [۹-۱۲] ارائه شده است. خیابوی و همکاران [۲] و ملک‌شاهی و همکاران [۱۲] به طراحی کنترل‌کننده بهینه برای سیستم تعلیق فعال پرداختند، در این کارها محدودیتی برای ورودی کنترلی در مسئله طراحی در نظر گرفته نشده است.

اما باید توجه کرد که به دلیل محدودیت عملگر در تولید نیروی کنترلی، مسئله طراحی کنترل‌کننده همواره با قید در ورودی کنترلی همراه است. یک راه برای محدود کردن نیروی کنترلی در محدوده مجاز و مورد نظر، در نظر گرفتن مستقیم ورودی کنترلی با ضریب وزنی مناسب در تابع هزینه در ترکیب با شتاب وارد بر بدنه است. بنابراین با افزایش ضریب وزنی متناسب با ورودی کنترلی می‌توان محدوده عملکردی مناسب برای عملگر را فراهم کرد. این افزایش ضریب وزنی، موجب کاهش نیروی کنترلی در تمامی زمان‌ها می‌شود، حتی در زمان‌هایی که ورودی کنترلی در محدوده مجاز قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر در زمان‌هایی که هیچ نیازی به کاهش نیروی کنترلی نیست و ورودی کنترلی در محدوده عملکردی مناسب قرار دارد، تلاش برای کاهش آن (با افزایش ضریب وزنی متناسب با آن)، موجب افزایش شتاب وارد بر بدنه می‌شود. تعیین برخط ضرایب وزنی متناسب با جاده‌های مختلف یکی دیگر از مشکلات وارد بر روش نامقید است. برای چیره شدن بر مشکلات ارائه شده با کمترین اثرات جانبی، از روش کنترلی مقید استفاده می‌شود. بر همین اساس در روش کنترلی مقید، مادامی که قید ورودی کنترلی برقرار باشد، هدف صرفاً کاهش شتاب وارد بر بدنه و قرار گرفتن سایر خروجی‌های سیستم

مدل‌های خطی اگرچه در جابه‌جایی‌های کوچک می‌توانند رفتار واقعی سیستم را به خوبی بیان کنند، اما در جابه‌جایی‌های بزرگ نسبت به مدل واقعی دارای خطاهای بزرگی هستند. مدل‌های غیرخطی به مراتب به مدل واقعی نزدیک‌تر بوده و دینامیک مدل نشده کمتری دارند، که در نتیجه مدل نامعینی کمتری نسبت به مدل واقعی دارد. بنابراین استفاده از مدل غیرخطی سیستم تعلیق می‌تواند در این راه مفید باشد [۱].

در زمینه طراحی کنترل‌کننده برای سیستم تعلیق فعال روش‌هایی همچون مد لغزشی فازی ارائه شده است [۳]. در این کار هدف طراحی یک کنترل‌کننده به منظور بهبود راحتی سرنشین برای یک مدل خطی سیستم تعلیق خودرو بدون توجه به سایر پارامترهای تعلیق همچون قیود ورودی است. در کار دیگر، لین و همکاران [۴] به منظور برقراری مصالحه‌ای بین جابه‌جایی تعلیق و شتاب وارد بر بدنه به طراحی یک کنترل‌کننده غیرخطی بازگشتی در مدل یک چهارم خودرو پرداختند. هانگ و همکاران [۵] به ارائه یک کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی برای سیستم تعلیق فعال یک چهارم خودرو پرداختند. در این کار از یک شبکه عصبی برای تخمین پارامترهای دینامیک غیرخطی استفاده شد. ماسگو و همکاران [۶] روی کنترل فیدبک خروجی تحت اطلاعات ساختار قیود کار کردند. در مسائلی به این شکل، هدف از کنترل فیدبک خروجی فراهم کردن یک ماتریس بهره منفرد است، که ساختار صفر- غیر صفر را فراهم کند. در این کار ماتریس بهره با استفاده از روش نامساوی‌های ماتریسی خطی<sup>۱</sup> و بر اساس پژوهش‌های قبلی محاسبه شده است. دیشپند و همکاران [۷]، به طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی سیستم تعلیق به منظور کاهش شتاب جرم معلق پرداختند، در این کار نیز هدف صرفاً بهبود راحتی سرنشین بوده و توجهی به محدودیت نیروی کنترلی و سایر اهداف سیستم تعلیق نشده است.

در روش‌های کنترلی ارائه شده در بالا از بهینه‌سازی در محاسبه نیروی کنترلی و ایجاد مصالحه بین اهداف متضاد

تعليق اعم از جابه‌جایی تاير و تعليق در وضعيت مناسب است. در همين زمينه، كانگ وانگ و همكاران [۱۳] روش كنترلي بر پايه بهينه‌سازي عملكرد سيستم تعليق فعال و كنترل فيدبک خروجي براي سيستم تعليق فعال نصف خودرو با در نظر گرفتن محدوديت عملگر براي اين سيستم ارائه كردند. سان و همكاران [۱۴] به ارائه روش كنترل مقيد سيستم تعليق فعال بر اساس كنترل‌كننده تطبيقي مقاوم پرداختند. به هر حال مطالعات اندكي در اين زمينه برخلاف نياز مبرم به آن در زمينه سيستم تعليق خودرو انجام شده است.

الگوريتم‌هاي فراابتنكاري از جمله رويكردهايي است كه با الهام از طبيعت به‌دنبال راه‌حلي براي مسائل بهينه‌سازي است. در سال‌هاي اخير با توسعه الگوريتم‌هاي فراابتنكاري، از الگوريتم ازدحام ذرات<sup>۳</sup> [۱۵]، الگوريتم مگس ميوه<sup>۴</sup> [۱۶] و الگوريتم كرم شب‌تاب<sup>۵</sup> [۱۷] در حالت بدون كنترل و به شكل خطي براي بهينه‌سازي پارامتر سيستم‌هاي تعليق غيرفعال استفاده شده است. با تعميم اين الگوريتم‌ها به مسائل كنترلي، اين الگوريتم‌ها در طراحي كنترل‌كننده سيستم تعليق استفاده شدند. پدرو و همكاران [۱۸] به طراحي يك كنترل‌كننده فيدبک حالت با استفاده از شبكه عصبي پرداختند، كه از الگوريتم ازدحام ذرات براي تنظيم پارامترهاي شبكه استفاده شد. طليب و همكاران [۱۹] به طراحي كنترل‌كننده فازی براي سيستم تعليق نيمه‌فعال يك چهارم خودرو پرداختند، كه در آن عملكرد كنترل‌كننده ارائه شده توسط الگوريتم‌هاي فراابتنكاري ازدحام ذرات و كرم شب‌تاب بهينه مي‌شد. در روش‌هاي كنترلي ارائه شده در بالا ايجاد مصالحه بين اهداف سيستم تعليق توجه نشده و همچنين الگوريتم‌هاي فراابتنكاري ارائه شده در اين مراجع به‌صورت مستقيم در طراحي كنترل كننده استفاده نشدند.

با توجه به دلايل ذكر شده، در اين مقاله سعی شده است با استفاده از مدل غيرخطي يك چهارم و نصف خودرو، قانون كنترلي بهينه جديد استخراج شود كه با در نظر گرفتن محدوديت موجود در عملگر، راحتی سرنشينان را فراهم كند.

در حقيقت كنترل بهينه سيستم‌هاي غيرخطي در حضور قيد از مسائل چالشي در مهندسي كنترل است. يكي از روش‌هاي اخير در اين زمينه روش كنترل مدل پيش‌بين غيرخطي<sup>۶</sup> است، كه در اين مقاله به‌عنوان روش مقايسه‌اي با روش پيشنهادي استفاده شده است. در واقع روش پيشنهادي اين مقاله به‌عنوان گزينه‌اي ديگر براي حل مسائل كنترل غيرخطي بهينه در حضور قيد ارائه شده كه قابل رقابت با روش كنترل مدل پيش‌بين غيرخطي است و عملكرد نسبتاً بهتري هم نسبت به آن دارد. در اين روش كه براي اولين بار در اين مقاله ارائه مي‌شود شاخص عملكرد بر اساس پيش‌بيني پاسخ‌هاي سيستم زمان پيوسته تعليق با استفاده از بسط سري تيلور نوشته مي‌شود. در ادامه براي كمينه كردن شاخص عملكرد توسعه‌يافته در حضور قيد ورودی از الگوريتم كرم شب‌تاب كه يك روش فراابتنكاري است، استفاده مي‌شود. روش كرم شب‌تاب كه عملكرد مناسب در مسائل بهينه‌سازي معمولی دارد در اين مقاله در قالب يك مسئله كنترلي بهينه استفاده مي‌شود. در ادامه قوانين كنترلي ديگري نيز بر اساس روش‌هاي استاندارد و متداول استخراج شده و با قانون پيشنهادي مقايسه خواهد شد.

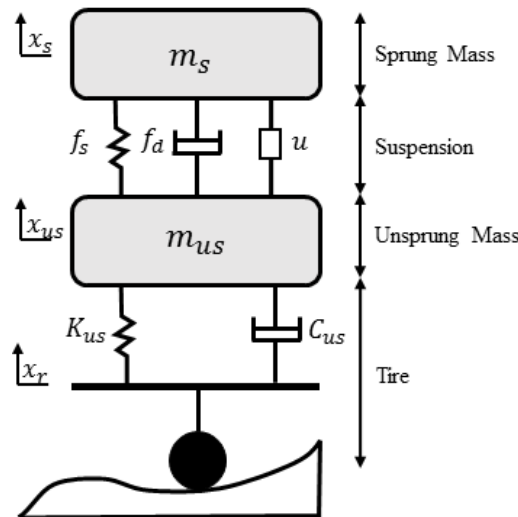
## ۲- مدل‌سازي سيستم تعليق فعال يك چهارم خودرو

مدل يك چهارم سيستم تعليق فعال خودرو در شكل (۱) نشان داده شده است. اين سيستم شامل جرم معلق<sup>۷</sup> ( $m_s$ ) و جرم غيرمعلق<sup>۸</sup> ( $m_{us}$ )، فنر، دمپر و عملگر است. فنر و دمپر بين جرم معلق و غيرمعلق به شكل غيرخطي در نظر گرفته مي‌شود، همچنين تاير به شكل يك فنر و دمپر خطي فرض مي‌شود. معادلات اين سيستم به شكل زير هستند:

$$m_s \ddot{x}_s = -f_s - f_d + u \quad (1)$$

$$m_{us} \ddot{x}_{us} = f_s + f_d - f_{st} - f_{dt} - u \quad (2)$$

كه در آن جابه‌جايي جرم معلق و غيرمعلق به ترتيب با  $x_s$  و  $x_{us}$  نشان داده شده‌اند. نيروي فنر، دمپر و عملگر بين جرم معلق و غيرمعلق به ترتيب با  $f_s$ ،  $f_d$  و  $u$  نمايش داده مي‌شوند، همچنين نيروي تاير مدل شده به شكل فنر و دمپر به ترتيب با



شکل ۱- مدل یک چهارم سیستم تعلیق فعال خودرو

عملگر انجام می‌گیرد، که طبیعی است در تولید این نیرو با محدودیت‌های عملگر مواجه خواهیم بود.

به‌منظور طراحی کنترل‌کننده سیستم تعلیق فعال خودرو ساختاری به شکل (۲) پیشنهاد داده می‌شود. بر اساس این ساختار و با فرض اینکه تمامی متغیرهای حالت در دسترس باشند، ابتدا یک شاخص عملکرد شبه نقطه‌ای به صورت ترکیب وزن‌داری از پاسخ‌های پیش‌بینی شده سیستم و سیگنال کنترلی تعریف می‌شود. در نهایت مسئله کمینه کردن شاخص عملکرد در حضور قید ورودی به صورت یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی مقید فرمول‌بندی شده و با استفاده از الگوریتم کرم شب‌تاب به‌عنوان یک روش فراابتکاری حل می‌شود تا قانون کنترل مقید به‌دست آید.

### ۳-۱- توسعه قانون کنترلی

برای طراحی قانون کنترلی، دینامیک سیستم تعلیق فعال (۱) و (۲) به شکل فضای حالت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{x}_1 = x_2 - x_f \quad (7)$$

$$\dot{x}_2 = f_1 + \frac{u}{m_s} \quad (8)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 - \dot{x}_r \quad (9)$$

$$\dot{x}_4 = f_2 - \frac{u}{m_{us}} \quad (10)$$

$f_{dt}$  و  $f_{st}$  ارائه شده‌اند. بر اساس دلایلی که پیش از این ارائه شد، در این مقاله فنر و دمپر بین جرم معلق و غیرمعلق به شکل غیرخطی فرض شده و نیروی آنها به شکل زیر قابل محاسبه هستند [۱]:

$$f_s = k_1 \Delta x + k_2 \Delta x^2 + k_3 \Delta x^3 \quad (3)$$

$$f_d = c_1 \Delta \dot{x} + c_2 \Delta \dot{x}^2 \quad (4)$$

که در آن  $\Delta x = (x_s - x_{us})$ ، جابه‌جایی تعلیق<sup>۹</sup> است. ضرایب  $k_1$ ،  $k_2$  و  $k_3$  مربوط به فنر و  $c_1$  و  $c_2$  مربوط به دمپر بوده و مقادیر ثابتی هستند. همچنین نیروهای تایلر نیز به شکل زیر مدل سازی می‌شوند [۱]:

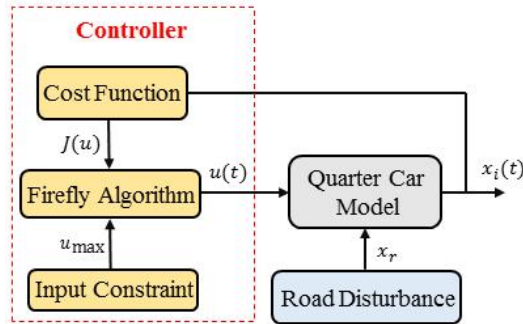
$$f_{st} = k_{us}(x_{us} - x_r) \quad (5)$$

$$f_{dt} = c_{us}(\dot{x}_{us} - \dot{x}_r) \quad (6)$$

که در آن  $k_{us}$  و  $c_{us}$  به ترتیب ضریب فنریت و میرایی تایلر بوده و  $x_r$  ورودی جاده است.

### ۳- طراحی کنترل‌کننده

یک سیستم تعلیق خوب باید بتواند بین خواسته‌های متضاد از تعلیق یعنی راحتی سفر، حفظ تماس تایلر با جاده و محدودیت انرژی تعادل برقرار کند. در سیستم تعلیق فعال خودرو تحریک خارجی با تولید نیروی کنترلی وابسته به پاسخ خودرو از طریق



شکل ۲- ساختار کلی سیستم کنترلی

برای تبدیل متغیرهای حالت در زمان‌های آینده،  $x_i(t+h)$ ، برحسب ورودی لحظه فعلی از بسط تیلور چنین استفاده می‌شود:

$$x_i(t+h) = x_i(t) + h\dot{x}_i(t) + \frac{h^2}{2}\ddot{x}_i(t) + \dots + \frac{h^{k_i}}{k_i!}x_i^{k_i}(t) \quad i=1,2,3 \quad (14)$$

که در آن  $k_i$  مرتبه بسط سری تیلور بوده و به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$k_i = r_i + d_i \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $r_i$  مرتبه کنترلی و  $d_i$  درجه نسبی سیستم نسبت به متغیر حالت  $x_i$  است [۲۰]. درجه نسبی کمترین مرتبه مشتقی از متغیر حالت  $x_i$  بوده که در آن ورودی کنترلی برای اولین بار ظاهر می‌شود. همچنین مرتبه کنترلی که بیانگر تغییرات ورودی در بازه پیش‌بین است به صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف ۱: مرتبه کنترلی  $r$  است، اگر:

$$u^{[s]}(t+\tau) \neq 0 \quad \text{اگر} \quad s \leq r \quad (16)$$

$$u^{[s]}(t+\tau) = 0 \quad \text{اگر} \quad s > r \quad (17)$$

که در آن  $\tau \in [0, h]$  بوده و  $u^{[s]}(t+\tau)$  نشان‌دهنده مشتق  $s$  ام  $u(t+\tau)$  نسبت به  $\tau$  است.

**ملاحظه:** از آنجایی که مرتبه کنترلی به‌عنوان یک پارامتر تنظیمی، مصالحه‌ای بین انرژی کنترلی و خطای پیگیری سیستم است، در این مقاله به‌منظور کاهش انرژی کنترلی، مرتبه کنترلی صفر در نظر گرفته می‌شود. چون سیستم تعلیق خودرو، سیستمی خوش تعریف است (درجه نسبی سیستم ۱ یا ۲ است)

که  $x_1 = x_s - x_{us}$  جابه‌جایی تعلیق،  $x_2 = \dot{x}_s$  سرعت مطلق جرم معلق،  $x_3 = x_{us} - x_r$  جابه‌جایی تایر<sup>۱</sup> و  $x_4 = \dot{x}_{us}$  سرعت مطلق جرم غیرمعلق هستند. همچنین  $f_1$  و  $f_2$  به شکل زیر قابل تعریف هستند:

$$f_1 = \left( -\frac{1}{ms} \right) [f_s - f_d] \quad (11)$$

$$f_2 = \left( \frac{1}{m_{us}} \right) [f_s + f_d - f_{st} - f_{dt}] \quad (12)$$

برای طراحی کنترل کننده بهینه، تابع هدفی درجه دوم از متغیرهای حالت سیستم در زمان‌های آینده و ورودی کنترلی در همان زمان، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J(u) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 W_i x_i^2(t+h) + \frac{1}{2} W_4 u^2(t) \quad (13)$$

که در آن  $W_i$  ( $i=1,2,3$ )، وزن روی متغیرهای حالت و  $W_4$  وزن روی ورودی کنترلی است. شایان ذکر است که در تابع هدف رابطه (۱۳) سرعت مطلق جرم معلق که متغیر حالت سیستم است به‌عنوان متغیر کنترلی برای راحتی سفر در نظر گرفته می‌شود [۲-۱ و ۱۲]. بر اساس معادله (۸) درجه نسبی سیستم برای شتاب بدنه صفر است. درحالی که بر اساس روش کنترل مبتنی بر پیش‌بین استفاده شده در این مقاله، درجه نسبی تمامی متغیرهای حالت برای داشتن کمترین تلاش کنترلی، حداقل باید یک باشند، به همین دلیل سرعت مطلق جرم معلق به‌جای شتاب بدنه به‌عنوان معیار راحتی سرنشین در تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. در شبیه‌سازی‌ها کاهش چشمگیر شتاب بدنه با کنترل سرعت مطلق جرم معلق مشاهده خواهد شد.

بهبودسازی استخراج می‌شود:

$$\text{Minimize } J(u) \quad (28)$$

در همین راستا، میزان ارزش نسبی هر کدام از پاسخ‌های سیستم تعلیق ورودی با تنظیم ضرایب وزنی  $W_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) در تابع هزینه قابل تعیین است. به‌عنوان مثال با انتخاب  $W_1 = W_3 = 0$  و  $W_2 \neq 0$  هدف کنترل افزایش راحتی سفر بدون توجه به جابه‌جایی تعلیق و جابه‌جایی تیر است. لازم به ذکر است اگر ضریب وزنی مربوط به ورودی کنترل صفر در نظر گرفته شود،  $W_4 = 0$ ، در این حالت هیچ محدودیتی روی ورودی کنترل قرار داده نشده و استراتژی کنترل‌کننده ارزان نامیده می‌شود.

روش معمول برای محدود کردن نیروی کنترل در محدوده مشخص شده، افزایش ضریب وزنی مربوط به آن در قانون کنترلی نامقید است. این روش دارای معایب زیر است:

- با محدود کردن نیروی کنترلی با استفاده از افزایش ضریب وزنی، مقدار نیرو به‌غیر از نقطه بیشینه در همه زمان‌ها نیز کاهش می‌یابد، که اصولاً برای سیستم مناسب نبوده و باعث انحراف پاسخ‌های سیستم و افزایش شتاب بدنه در زمان‌هایی که غیرموردنیاز می‌شود.
  - از محدودیت‌های دیگر روش نامقید استفاده از سعی و خطا برای محاسبه ضرایب وزنی است، که معمولاً با توجه به شرایط جاده نیاز به تنظیم برخط این ضرایب وجود دارد. بنابراین هیچ تضمینی جهت برقراری قید ورودی در تمامی جاده‌ها موجود نیست.
- با توجه به دلایل بالا در قسمت بعد روش کنترل‌کننده مقید بحث می‌شود.

### ۳-۳- کنترل‌کننده مقید

به‌منظور تضمین برقراری قید ورودی و جلوگیری از سایر مشکلات روش کنترل‌کننده نامقید، در این قسمت به طراحی کنترل‌کننده مقید با قید ورودی پرداخته می‌شود.

در حالت مقید، محدودیت قید ورودی کنترلی به شکل رابطه (۲۹) تعریف می‌شود:

بنابراین با انتخاب مرتبه کنترلی کوچک‌تر مشکل چندانیت در پایداری سیستم رخ نمی‌دهد.

در ادامه بسط تیلور خروجی‌های سیستم تعلیق انجام می‌شود، تعداد جملات بسط تیلور معادل با درجه نسبی سیستم و با در نظر گرفتن مرتبه کنترلی صفر به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$x_1(t+h) = x_1(t) + h\dot{x}_1(t) + \frac{1}{2}h^2\ddot{x}_1(t) = x_1 + h(x_2 - x_4) + \frac{1}{2}h^2 \left[ f_1 - f_2 + \left( \frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_{us}} \right) u \right] \quad (18)$$

$$x_2(t+h) = x_2(t) + h\dot{x}_2 = x_2 + h \left( f_1 + \frac{u}{m_s} \right) \quad (19)$$

$$x_3(t+h) = x_3(t) + h\dot{x}_3(t) + \frac{1}{2}h^2\ddot{x}_3(t) = x_3 + h(x_4 - \dot{x}_1) + \frac{1}{2}h^2 \left[ f_2 - \frac{u}{m_{us}} - \ddot{x}_1 \right] \quad (20)$$

با جایگذاری روابط (۱۸) - (۲۰) در رابطه (۱۳) تابع هدف به صورت رابطه (۲۱) بازنویسی می‌شود:

$$J(u) = \frac{1}{2} [W_1(L_1 + b_1u)^2 + W_2(L_2 + b_2u)^2 + W_3(L_3 + b_3u)^2 + W_4u^2] \quad (21)$$

که در آن:

$$L_1 = x_1 + h(x_2 - x_4) + \frac{1}{2}h^2(f_1 - f_2)$$

$$L_2 = x_2 + hf_1$$

$$L_3 = x_3 + h(x_4 - \dot{x}_1) + \frac{1}{2}h^2(f_2 - \ddot{x}_1)$$

$$b_1 = \frac{h^2}{2} \left( \frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_{us}} \right)$$

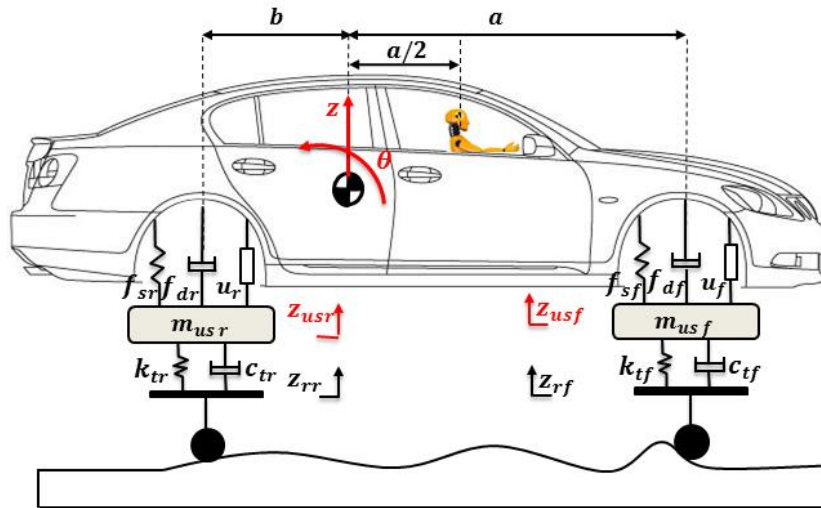
$$b_2 = \frac{h}{m_s}$$

$$b_3 = -\frac{h^2}{2m_{us}}$$

### ۳-۲- کنترل‌کننده نامقید

برای محاسبه قانون کنترلی بهینه برای حالت نامقید، مسئله بهینه‌سازی زیر به‌صورت کمینه‌سازی تابع هدف رابطه (۲۱) تعریف می‌شود که در آن ورودی کنترلی با استفاده از یک روش

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۹، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۹



شکل ۳- مدل سیستم تعلیق فعال نصف خودرو

تعلیق به صورت زیر مدل سازی می شوند:

$$M_s \ddot{z}_s = -f_f - f_r + u_f + u_r \quad (31)$$

$$I \ddot{\theta} = -af_f + bf_r + au_f - bu_r \quad (32)$$

$$m_{usf} \ddot{z}_{usf} = f_f - f_{tf} - u_f \quad (33)$$

$$m_{usr} \ddot{z}_{usr} = f_r - f_{tr} - u_r \quad (34)$$

که در آن  $a$  و  $b$  به ترتیب فاصله مرکز جرم خودرو از سیستم تعلیق جلو و عقب بوده و  $I$  ممان اینرسی خودرو است.  $z_s$  و  $\theta$  به ترتیب جابه جایی مرکز جرم و زاویه پیچ خودرو بوده و  $z_{usf}$  و  $z_{usr}$  به ترتیب جابه جایی عمودی جرم های غیرمعلق جلو و عقب هستند.  $f_f$  و  $f_r$  به ترتیب مجموع نیروهای ناشی از فنر و دمپر غیرخطی جلو و عقب بوده و به شکل رابطه (۳۵) مدل سازی می شوند:

$$f_i = f_{si} + f_{di} = \sum_{j=1}^3 k_{ji} (\Delta z_i)^j + \sum_{n=1}^2 c_{ni} (\Delta \dot{z}_i)^n \quad i = f, r \quad (35)$$

که در آن  $k_{ji}$ ;  $j=1,2,3$ ;  $i=f,r$  ضرایب فنریت سیستم تعلیق جلو و عقب و  $c_{ni}$ ;  $n=1,2$ ;  $i=f,r$  ضرایب دمپینگ سیستم تعلیق جلو و عقب هستند. همچنین  $\Delta z_i$  و  $\Delta \dot{z}_i$  به صورت زیر قابل ارائه هستند:

$$\Delta z_f = z_s + a\theta, \Delta \dot{z}_f = \dot{z}_s + a\dot{\theta} \quad (36)$$

$$\Delta z_r = z_s - b\theta, \Delta \dot{z}_r = \dot{z}_s - b\dot{\theta} \quad (37)$$

$$|u| \leq u_{\max} \quad (29)$$

که در آن  $u_{\max}$  حداکثر مقدار توانایی عملگر در تولید نیروی کنترلی است.

با در نظر گرفتن تابع هدف رابطه (۲۱) و قید روی ورودی کنترلی رابطه (۲۹)، مسئله طراحی کنترل کننده به صورت مسئله ای به شکل زیر قابل تعریف است:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } J(u) \\ & \text{Subject to: } |u| \leq u_{\max} \end{aligned} \quad (30)$$

روش های متعددی برای حل مسئله بهینه سازی مقید رابطه (۳۰) می تواند مطرح شود که در این مقاله از روش فراابتکاری الگوریتم کرم شب تاب ارائه شده در پیوست (۱) استفاده می شود.

#### ۴- مدل سازی و طراحی کنترل کننده برای سیستم تعلیق فعال نصف خودرو

سیستم تعلیق فعال نصف خودرو در شکل (۳) ارائه شده است. این سیستم شامل یک جرم معلق ( $M_s$ )، دو جرم غیرمعلق جلو ( $m_{usf}$ ) و عقب ( $m_{usr}$ ) و مجموعه فنر و دمپر غیرخطی جلو و عقب است. همچنین نیروهای کنترلی جلو و عقب به ترتیب با  $u_f$  و  $u_r$  نمایش داده می شوند. بر اساس شکل (۳) و با فرض حرکت با سرعت ثابت خودرو رو به جلو، معادلات سیستم



$$g_v = \frac{1}{m_{usf}}(f_f - f_{tf}), g_\lambda = \frac{1}{m_{usr}}(f_r - f_{tr}),$$

$$d_1 = \frac{1}{M_s} + \frac{a^2}{I},$$

$$d_r = \frac{1}{M_s} - \frac{ab}{I},$$

$$d_f = d_r,$$

$$d_\varphi = \frac{1}{M_s} + \frac{b^2}{I},$$

بر اساس آنچه در بخش ۳-۱ توضیح داده شد، برای طراحی کنترل‌کننده تابع هزینه‌ای به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$J_r = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \eta_i z_i^2(t+h) + \frac{1}{2} \eta_v u_f^2 + \frac{1}{2} \eta_\lambda u_r^2 \quad (41)$$

که در آن ضرایب وزنی  $\eta_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) روی متغیرهای حالت  $\eta_v$  و  $\eta_\lambda$  ضرایب وزنی ورودی‌های کنترلی هستند. در ادامه بر اساس بخش ۳-۱ بسط تیلور خروجی‌های سیستم تعلیق به شکل زیر انجام می‌شوند:

$$z_i(t+h) = \phi_i + n_i u_f + p_i u_r \quad (i=1, \dots, 6) \quad (42)$$

که در آن،

$$\phi_1 = z_1 + h(z_r - z_v) + \frac{h^2}{2!}(g_r - g_v),$$

$$\phi_2 = z_2 + h g_r,$$

$$\phi_3 = z_3 + h(z_f - z_\lambda) + \frac{h^2}{2!}(g_f - g_\lambda),$$

$$\phi_4 = z_4 + h(z_v - \dot{z}_{rf}) + \frac{h^2}{2!}(g_v - \ddot{z}_{rf}),$$

$$\phi_5 = z_5 + h(z_\lambda - \dot{z}_{tr}) + \frac{h^2}{2!}(g_\lambda - \ddot{z}_{tr}),$$

$$p_1 = \frac{h^2 d_r}{2!}, \quad n_1 = \frac{h^2}{2!} \left( d_1 + \frac{1}{m_{usf}} \right),$$

$$p_2 = h d_r, \quad n_2 = h d_1,$$

$$p_3 = \frac{h^2}{2!} \left( d_f + \frac{1}{m_{usr}} \right), \quad n_3 = \frac{h^2 d_r}{2!},$$

$$p_4 = h d_f, \quad n_4 = h d_r,$$

$$p_5 = 0, \quad n_5 = -\frac{h^2}{2 m_{usf}},$$

$$p_6 = -\frac{h^2}{2 m_{usr}}, \quad n_6 = 0$$

در معادلات (۳۶) و (۳۷)،  $f_{rt}$  و  $f_{ft}$  نیروهای تایلر جلو و عقب بوده که همانند سیستم یک چهارم خودرو به صورت خطی در نظر گرفته و به شکل رابطه (۳۸) مدل‌سازی می‌شوند:

$$f_{ti} = k_{ti}(z_{usi} - z_{ri}) + c_{ti}(\dot{z}_{usi} - \dot{z}_{ri}) \quad i=f,r \quad (38)$$

که در آن  $z_{ri}$  به ترتیب ورودی جاده‌های جلو و عقب هستند. که این ورودی‌ها با یک تأخیری به شکل زیر به مدل نصف خودرو اعمال می‌شوند:

$$z_{rr} = z_{rf} \left( t + \left( \frac{a+b}{v} \right) \right) \quad (39)$$

مقادیر تمامی پارامترهای مدل نصف خودرو در مرجع [۱۲] ارائه شده است. همچنین این نکته لازم به ذکر است که شتاب وارد برسرنشین بر اساس شکل (۳) از طریق رابطه  $\left( \ddot{z}_s + \frac{a}{\gamma} \ddot{\theta} \right)$  محاسبه می‌شود.

۴-۱- توسعه قانون کنترلی برای سیستم تعلیق فعال نصف خودرو معادلات (۳۱) - (۳۴) به شکل فضای حالت زیر قابل بازنویسی هستند:

$$\dot{z}_1 = z_2 - z_v,$$

$$\dot{z}_2 = g_r + d_1 u_f + d_2 u_r,$$

$$\dot{z}_3 = z_4 - z_\lambda,$$

$$\dot{z}_4 = g_f + d_r u_f + d_f u_r,$$

$$\dot{z}_5 = z_6 - \dot{z}_{rf},$$

$$\dot{z}_6 = z_\lambda - \dot{z}_{tr},$$

$$\dot{z}_\lambda = g_\lambda - \frac{u_f}{m_{usf}}, \quad \dot{z}_\lambda = g_\lambda - \frac{u_r}{m_{usr}} \quad (40)$$

که در آن

$$z_1 = z_s + a\theta - z_{usf}, \quad z_2 = \dot{z}_s + a\dot{\theta}, \quad z_3 = z_s - b\theta - z_{usr},$$

$$z_4 = \dot{z}_s - b\dot{\theta}, \quad z_5 = z_{usf} - z_{rf}, \quad z_6 = z_{usr} - z_{tr},$$

$$z_v = \dot{z}_{usf} \quad \text{و} \quad z_\lambda = \dot{z}_{usr}$$

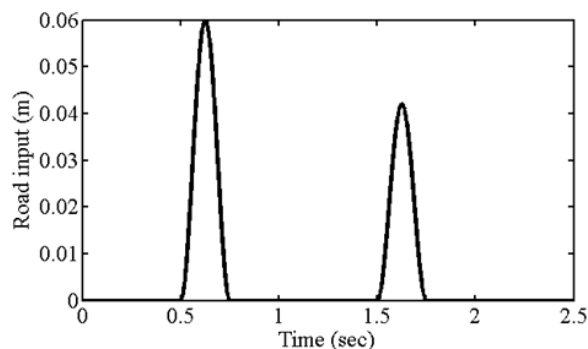
متغیرهای حالت سیستم هستند. همچنین،

$$g_r = \frac{1}{M_s}(-f_f - f_r) + \frac{a}{I}(-af_f + bf_r),$$

$$g_f = \frac{1}{M_s}(-f_f - f_r) - \frac{b}{I}(-af_f + bf_r),$$

جدول ۱- مقادیر نامی پارامترهای سیستم تعلیق مدل یک چهارم غیرخطی

پارامترها	نماد	واحد	مقدار
جرم معلق	$m_s$	kg	۲۹۰
جرم غیرمعلق	$m_{us}$	kg	۵۹
ضرایب فنریت سیستم تعلیق	$k_1$	$Nm^{-1}$	۱۲۳۹۴
	$k_2$	$Nm^{-2}$	۷۳۶۹۶
	$k_3$	$Nm^{-3}$	۳۱۷۰۴۰۰
ضرایب میرایی سیستم تعلیق	$c_1$	Ns	۱۳۸۵
	$c_2$	$Ns^{-2}$	۵۲۴
ضریب فنریت تایلر	$k_{us}$	$Nm^{-1}$	۱۹۰۰۰۰
ضریب میرایی تایلر	$c_{us}$	$Nsm^{-1}$	۷۰



شکل ۴- ورودی جاده دو بامپ

ارائه شده است. قید ورودی کنترلی که بیشترین مقدار نیروی کنترلی تولید توسط عملگر است، مقدار ۱۵۰۰ نیوتون در نظر گرفته می شود [۲۱ و ۲۲].

به منظور شبیه سازی سیستم تعلیق خودرو، در ابتدا از ورودی جاده دو بامپ با رابطه (۴۴) در کلیه کنترل کننده ها استفاده می شود. این ورودی جاده در شکل (۴) نمایش داده شده است.

$$x_r = \begin{cases} 0.03(1 - \cos \pi t) & \text{if } 0.5 \leq t \leq 0.75 \\ 0.021(1 - \cos \pi t) & \text{if } 1.5 \leq t \leq 1.75 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (44)$$

هدف اصلی از طراحی کنترل کننده سیستم تعلیق کاهش شتاب وارد بر بدنه برای افزایش راحتی سرنشینان در حضور محدودیت نیروی کنترلی تولیدی است. حفظ تماس تایلر با

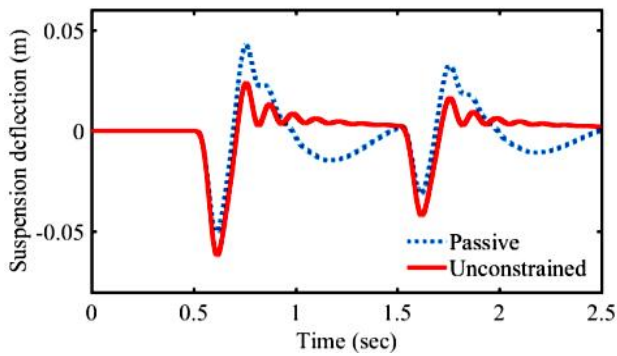
در نهایت با جایگذاری رابطه (۴۲) در تابع هزینه رابطه (۴۱) مسئله بهینه سازی مقید به شکل زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } J_r(u_f, u_r) \\ & \text{Subject to: } |u_f| \leq u_{\max} \text{ and } |u_r| \leq u_{\max} \end{aligned} \quad (43)$$

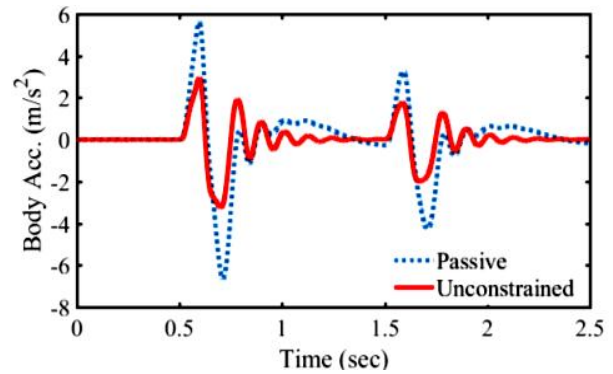
که برای حل مسئله بهینه سازی رابطه (۴۳) از الگوریتم کرم شب تاب ارائه شده در پیوست (۱) استفاده می شود.

## ۵- شبیه سازی

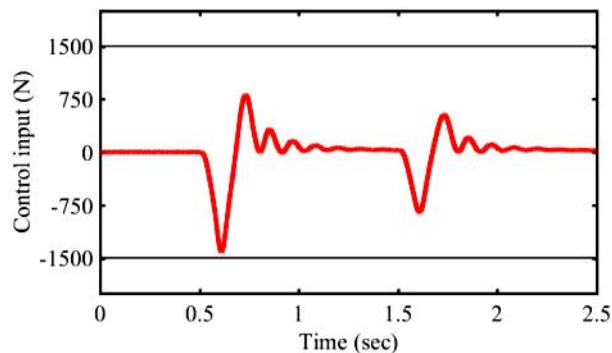
در این بخش به شبیه سازی عملکرد کنترل کننده مقید پیشنهادی و مقایسه نتایج آن با رویکرد نامقید پرداخته می شود. در هر دو روش کنترلی از مدل غیرخطی سیستم تعلیق فعال که در بخش (۲) ارائه شد، استفاده می شود. پارامترهای مدل در جدول (۱)



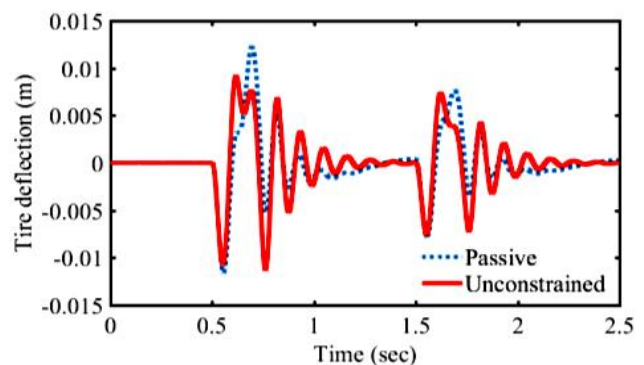
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۵- مقایسه نتایج سیستم تعلیق غیرفعال و کنترل‌کننده نامقید:

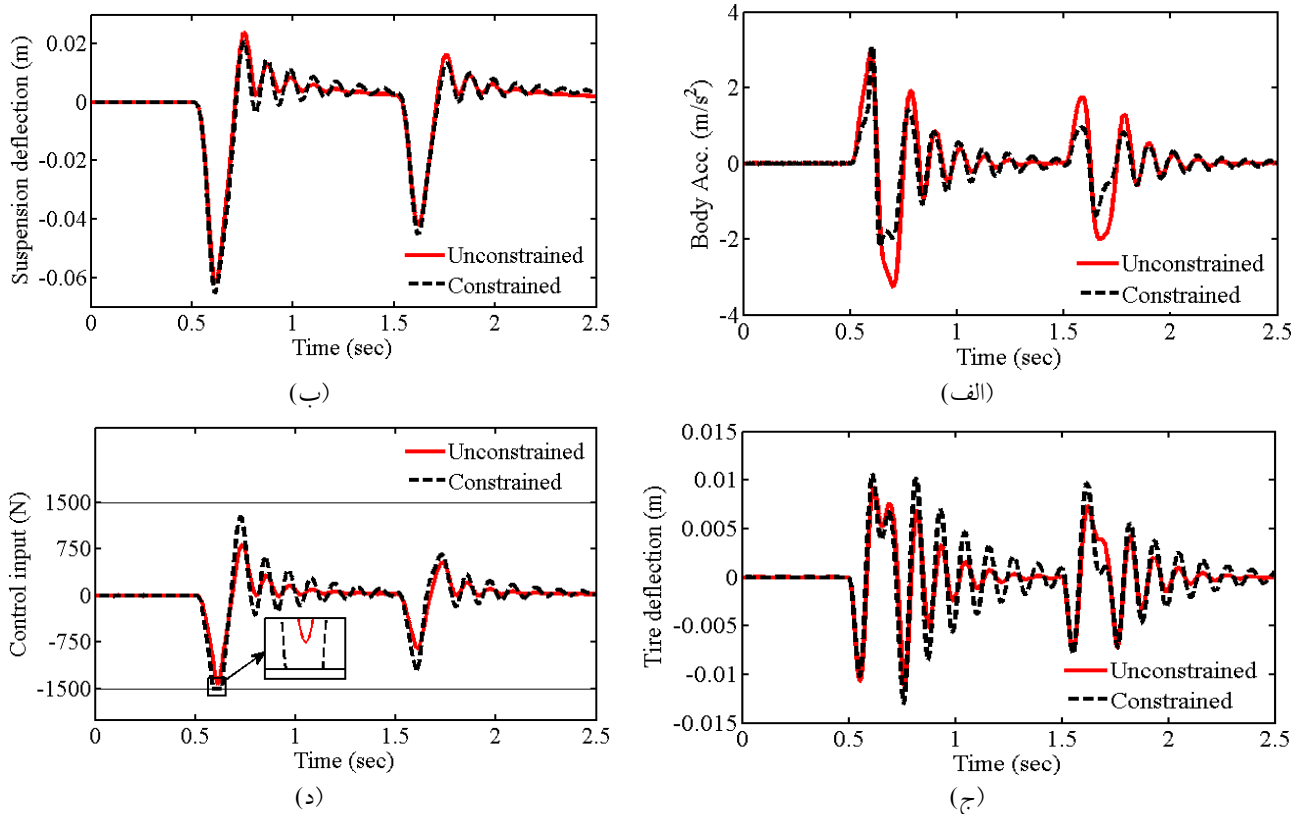
(الف) شتاب وارد بر بدنه، (ب) جابه‌جایی تعلیق، (ج) جابه‌جایی تایر و (د) ورودی کنترلی

ذکر است که در کنترل‌کننده نامقید، ضرایب وزنی به‌صورت سعی و خطا به‌گونه‌ای تنظیم می‌شود که نیروی کنترلی در محدوده‌ی مناسب خود قرار گیرد. همچنین سایر خروجی‌های سیستم تعلیق مانند جابه‌جایی تایر و جابه‌جایی تعلیق در محدوده مناسب خود قرار بگیرند. در شکل (ب-۵) و (ج-۵) جابه‌جایی تایر و جابه‌جایی تعلیق نشان داده شده است که در محدوده مناسبی قرار دارند. همچنین بر اساس شکل (د-۵) ورودی کنترلی با تنظیم ضریب وزنی به‌صورت سعی و خطا در محدوده عملکردی خود قرار گرفته است.

همانطور که پیش از این توضیح داده شد، در روش کنترل نامقید از رویکرد کنترل گران<sup>۱۱</sup> استفاده شده است، که در آن ضرایب وزنی با سعی و خطا و متناسب با ورودی جاده به گونه‌ای تنظیم می‌شوند که قید ورودی ارضا شود. از معایب روش نامقید با این رویکرد عدم تضمین ارضا قید ورودی

جاده و جابه‌جایی تعلیق محدود نیز از دیگر اهداف سیستم تعلیق هستند. در این بخش دو رویکرد مختلف کنترلی نامقید و مقید بحث می‌شود.

در رویکرد نامقید تنظیم ضرایب وزنی به‌صورت سعی و خطا با هدف کاهش شتاب وارد بر بدنه، حفظ پایداری، فرمان‌پذیری، جابه‌جایی تعلیق محدود و برقراری محدودیت نیروی کنترلی انجام می‌گیرد. این نکته لازم به ذکر است که با تنظیم ضریب وزنی مربوط به جابه‌جایی تایر امکان حفظ تماس تایر با جاده و با تنظیم ضریب وزنی مربوط به جابه‌جایی تعلیق امکان برقراری محدودیت تعلیق فراهم می‌شود. نتایج این رویکرد کنترلی در مقایسه با سیستم تعلیق غیرفعال در شکل (۵) ارائه شده است. بر اساس شکل (۵-الف) سیستم تعلیق فعال با کنترل‌کننده نامقید عملکرد مطلوبی را در کاهش شتاب، افزایش راحتی سرنشین از خود نشان داده است. این نکته قابل



شکل ۶- مقایسه نتایج کنترل کننده‌های نامقید و مقید:

(الف) شتاب وارد بر بدنه، (ب) جابه‌جایی تعلیق، (ج) جابه‌جایی تایر، (د) ورودی کنترلی.

مناسب است. لازم به ذکر است که ضرایب وزنی در حالت کنترل مقید صرفاً بر پایه راحتی سفر، جابه‌جایی تعلیق و تایر هستند. بر همین اساس در شکل (۶-الف) راحتی سرنشین در روش مقید افزایش پیدا کرده است، همچنین بر اساس شکل (۶-د) قید ورودی کنترلی توسط روش کنترلی مقید تضمین شده است.

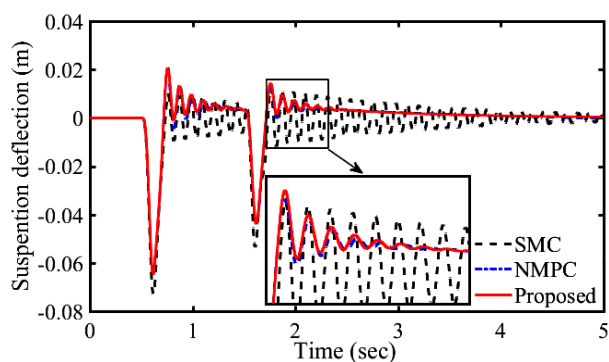
به‌منظور مقایسه بهتر عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی، نتایج میانگین مربع ریشه<sup>۱۳</sup> خروجی‌های سیستم تعلیق در جدول (۲) ارائه شده است. بر اساس این جدول، بهترین عملکرد از لحاظ راحتی سفر مربوط به روش کنترلی مقید است. در کنترل کننده نامقید به دلیل قرار دادن وزن بیشتر روی ورودی کنترلی میانگین مربع ریشه در این روش کمتر از روش مقید بوده، همچنین در این روش هیچ تضمینی بر برقراری قید در تمامی شرایط رانندگی وجود ندارد. همچنین بر اساس

کنترلی در سیستم برای تمام ورودی‌های جاده است. از دیگر معایب این روش این است که با افزایش ضریب وزنی مربوط به نیروی کنترلی در تابع هزینه در جهت محدود کردن آن، نیروی کنترلی به غیر از نقطه بیشینه در تمامی زمان‌ها کاهش می‌یابد و باعث افزایش شتاب بدنه در تمامی زمان‌ها حتی زمان‌هایی که قید ورودی در محدوده مجاز قرار دارد می‌شود. برای کاهش اثرات نامطلوب فوق که در این مقاله اشاره شده است، استفاده از روش ارزان<sup>۱۲</sup> در حالت مقید است. در حقیقت ایده کنترل مقید استفاده حداکثری از انرژی کنترلی در محدوده مجاز آن برای رسیدن به بهترین عملکرد برای پاسخ‌های سیستم است، که در زیر به نتایج آن پرداخته می‌شود.

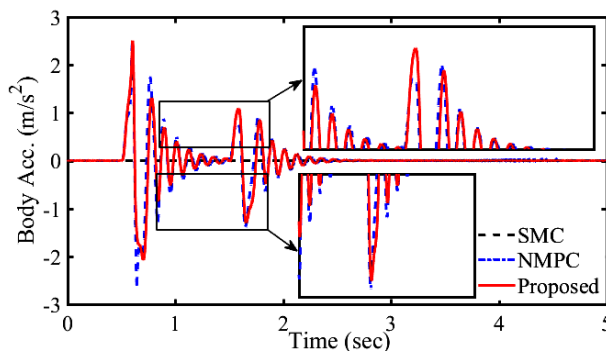
نتایج روش کنترلی مقید در مقایسه با روش کنترلی نامقید در شکل (۶) ارائه شده است. در روش مقید هدف بهبود راحتی سفر و قرار گرفتن سایر خروجی‌های سیستم تعلیق در وضعیت

جدول ۲- مقایسه میانگین مربع ریشه خروجی‌های سیستم تعلیق مدل یک چهارم خودرو بدون نامعینی

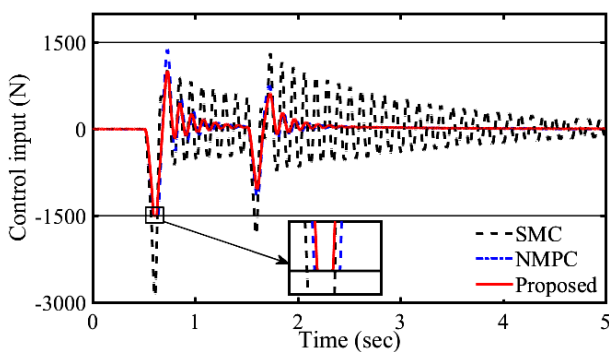
مقید	نامقید	غیرفعال	روش کنترلی
۰/۶۱	۰/۸۸	۱/۶۱	میانگین مربع ریشه خروجی
۳۹۶۲/۴	۲۹۳/۴۲	۰	شتاب بدنه ( $ms^{-2}$ )
			ورودی کنترلی (N)



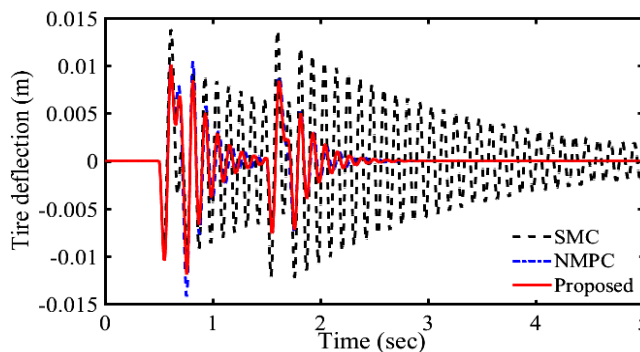
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۷- مقایسه نتایج کنترل‌کننده‌های مد لغزشی، پیش‌بین غیرخطی و کنترل‌کننده پیشنهادی در حضور نامعینی:

(الف) شتاب وارد بر بدنه، (ب) جابه‌جایی تعلیق، (ج) جابه‌جایی تایر، (د) ورودی کنترلی.

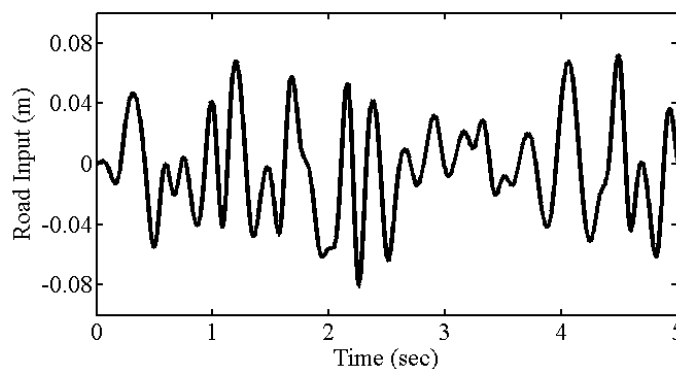
۲۰ درصد نامعینی افزایشی در جرم معلق سیستم تعلیق در نظر گرفته می‌شود. نتایج این مقایسه در شکل (۷) ارائه شده است. بر اساس شکل (۷-الف) هر سه روش کنترلی عملکرد قابل قبولی در کاهش شتاب وارد بر بدنه نشان می‌دهند. اگرچه بیشترین کاهش شتاب وارد بر بدنه در روش کنترل‌کننده مد لغزشی مشاهده می‌شود، ولی با توجه به شکل‌های (۷-ب) و (۷-ج) مقادیر جابه‌جایی تعلیق و تایر در روش مد لغزشی در زمان محدود به حالت پایا نرسیده است. بر اساس پیوست (۱)، این مسئله به دلیل تمرکز بر کاهش شتاب وارد بر سرنشین بدون

جدول (۲) میانگین مربع ریشه شتاب وارد بر بدنه در حالت نامقید به اندازه ۴۵ درصد و در حالت مقید به اندازه ۶۳ درصد نسبت به حالت سیستم تعلیق غیرفعال کاهش داشته است. برای مقایسه عملکرد کنترل‌کننده بهینه غیرخطی مقید ارائه شده در این مقاله با سایر استراتژی‌های کنترلی، الگوریتم ارائه شده در حالت مقید با کنترل‌کننده مدل لغزشی<sup>۱۴</sup> ارائه شده توسط کیم و همکاران [۱] (پیوست ۲)، همچنین با کنترل‌کننده مدل پیش‌بین غیرخطی مقید که در پیوست (۳) ارائه شده است، مقایسه می‌شود. برای این مقایسه شرایط شبیه‌سازی‌های قبلی همراه با

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۹، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۹

جدول ۳- مقایسه میانگین مربع ریشه خروجی های سیستم تعلیق در استراتژی های کنترلی مختلف در حضور نامعینی

روش کنترلی	SMC	NMPC	مقید پیشنهادی
میانگین مربع ریشه خروجی شتاب بدنه ( $m/s^2$ )	۰	۰/۶۱	۰/۵۳
ورودی کنترلی (N)	۶۴۱/۲	۴۱۰/۹	۳۷۷/۲۸

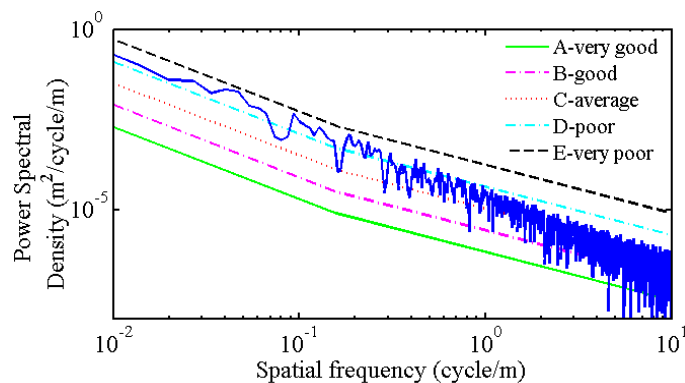


شکل ۸- ورودی جاده تصادفی

پیاپی سازی روش پیشنهادی در سیستم هایی با مراتب بالا است. به منظور مقایسه بهتر دو روش کنترلی مقید، میانگین مربع ریشه خروجی های سیستم تعلیق برای هر دو روش کنترلی مقید در جدول (۳) ارائه شده است. بر اساس جدول (۳)، روش کنترلی مقید پیشنهادی عملکرد بهتری در کاهش شتاب وارده بر بدنه داشته است، ضمن اینکه در مقایسه با روش مدل پیش بین غیرخطی از انرژی کنترلی کمتری هم بهره برده است.

در ادامه به منظور بررسی بهتر عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، نتایج این کنترل کننده برای سیستم تعلیق فعال نصف خودرو ارائه می شود. از آنجایی که ورودی پاسخ های سیستم تعلیق، به دامنه و فرکانس ورودی جاده بسیار وابسته است، نتایج عملکرد کنترل کننده مقید به ازای ورودی جاده تصادفی (شکل ۸) ارائه می شوند. در شکل (۹) چگالی قدرت طیفی<sup>۱۵</sup> پروفیل جاده تصادفی تولید شده در مقایسه با جاده های استاندارد برحسب فرکانس فضایی<sup>۱۶</sup> ارائه شده است. بر اساس شکل (۹) این جاده بر اساس کیفیت جاده نامطلوب - متوسط (D-C) ارائه شده در استاندارد ISO8608 طراحی می شود [۲۳]. لازم به ذکر است که این ورودی جاده با یک تأخیر زمانی به تایلر عقب وارد می شود.

توجه به جابه جایی تایلر و تعلیق در طراحی کنترل کننده مد لغزشی توسط مرجع [۱] است. به دلیل نوسانی شدن جابه جایی تایلر در روش کنترل مد لغزشی، ورودی کنترلی به تبع آن نوسانی شده (شکل ۷-د) و همچنین به دلیل عدم توجه به محدودیت عملکرد در طراحی کنترل کننده مد لغزشی، مقادیر نیروی کنترلی در این روش از مقادیر مجاز تجاوز می کند. این در حالی است که روش پیشنهادی همان طور که در متن مقاله به آن پرداخته شده است می تواند برای حالت مقید تعمیم داده شده و منجر به جواب های قابل قبول در حضور محدودیت ورودی باشد. مقایسه روش پیشنهادی مقید با کنترل کننده پیش بین غیرخطی، حاکی از عملکرد بهتر روش پیشنهادی نسبت به کنترل کننده مدل پیش بین غیرخطی در افزایش راحتی سفر با وجود مصرف نیروی کنترلی کمتر (شکل ۷-د) در حضور نامعینی است. همچنین باید به این نکته اشاره کرد که در کنترل کننده پیش بین غیرخطی که در پیوست (۲) به آن اشاره شده است، از مدل گسسته سیستم استفاده می شود. دیگر مزایای روش پیشنهادی که در آن از سیستم پیوسته استفاده می شود نسبت به کنترل کننده پیش بین غیرخطی در شرایط برابر، امکان



شکل ۹- دیاگرام PSD پروفیل جاده تصادفی در مقایسه با جاده‌های استاندارد ISO 8608 برحسب فرکانس فضایی

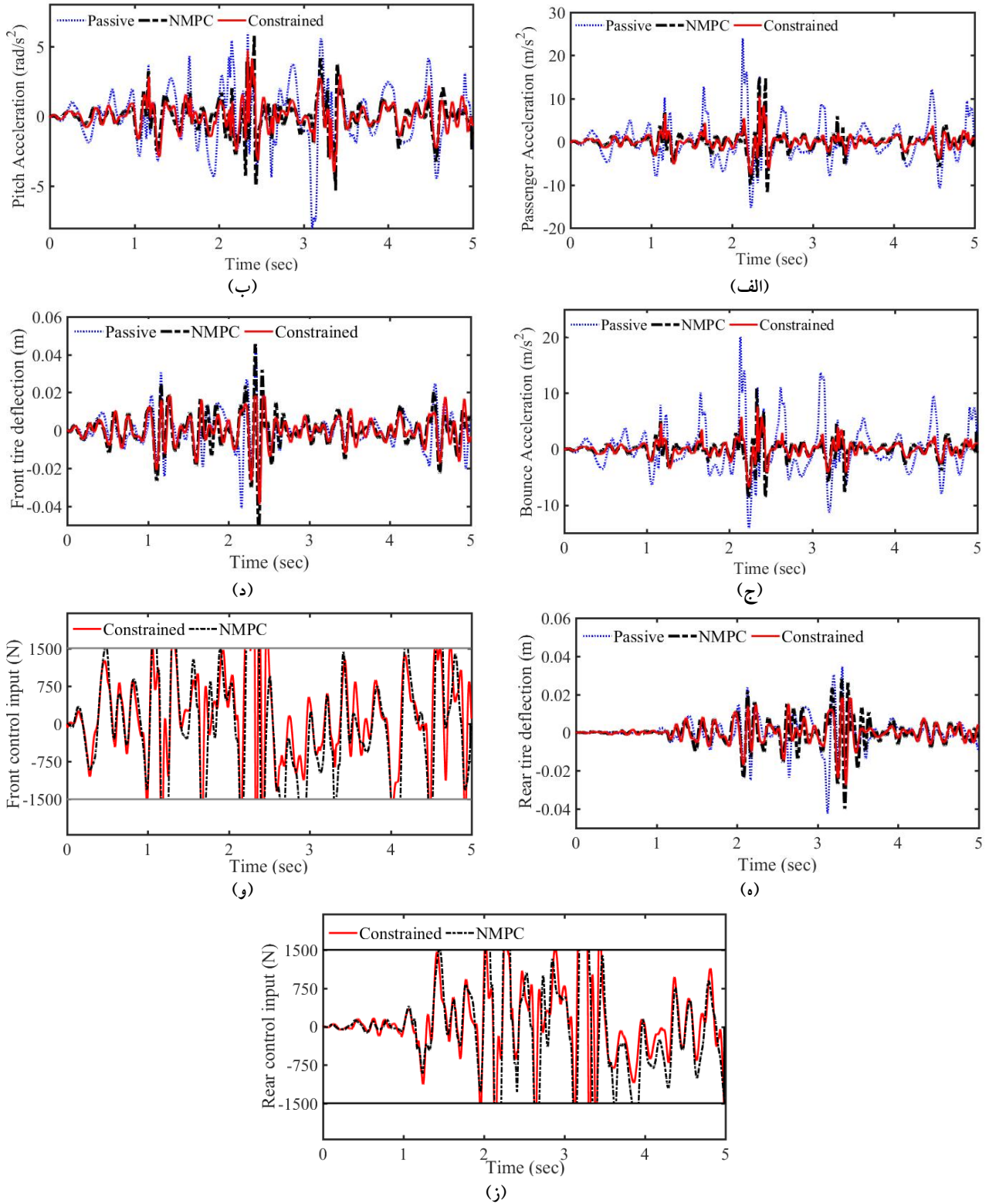
جدول ۴- مقایسه میانگین مربع ریشه خروجی‌های سیستم تعلیق مدل نصف خودرو

NMPC	مقید	غیرفعال	روش کنترلی
			میانگین مربع ریشه خروجی
۱/۹۵	۱/۸۱	۴/۶۲	شتاب سرنشین ( $m.s^{-2}$ )
۱/۷۴	۱/۵۱	۴/۳۶	شتاب عمودی مرکز جرم ( $m.s^{-2}$ )
۱/۱۶	۱/۰۵	۲/۰۱	شتاب زاویه پیچ ( $rad.s^{-2}$ )

نیروهای کنترلی تعلیق جلو و عقب را نمایش می‌دهند، قید ورودی کنترلی توسط روش کنترلی مقید و کنترل مد پیش‌بین غیرخطی تضمین شده‌اند. به‌منظور مقایسه بهتر عملکرد کنترل کننده مقید پیشنهادی و کنترل‌کننده مدل پیش‌بین غیرخطی در مقابل سیستم تعلیق غیرفعال، نتایج میانگین مربع ریشه خروجی‌های سیستم تعلیق مدل نصف خودرو در جدول (۴) ارائه شده است. بر اساس جدول (۴) هر دو الگوریتم کنترلی پیشنهادی مقید و مدل پیش‌بین غیرخطی عملکرد مطلوبی در جهت کاهش شتاب وارد بر سرنشین داشته‌اند. به‌صورتی که میانگین مربع ریشه شتاب وارد بر سرنشین در کنترل‌کننده مقید پیشنهادی به‌اندازه ۶۰ درصد و در کنترل‌کننده مدل پیش‌بین غیرخطی به‌اندازه ۵۷ درصد نسبت به حالت سیستم تعلیق غیرفعال کاهش داشته است. همچنین به‌منظور بررسی بهتر عملکرد کنترل‌کننده‌های استفاده در مدل نصف خودرو، مقایسه ارزیابی ریسک سلامتی بین سیستم تعلیق غیرفعال و کنترل کننده‌های مقید پیشنهادی و مدل پیش‌بین غیرخطی بر اساس استاندارد ISO2631 [۲۴] در شکل (۱۱) ارائه شده است.

نتایج شتاب وارد بر سرنشین به‌ازای ورودی جاده تصادفی برای کنترل‌کننده مقید در شکل (۱۰-الف) ارائه شده است. برای مقایسه عملکرد کنترل‌کننده بهینه غیرخطی مقید ارائه شده برای سیستم تعلیق فعال نصف خودرو، نتایج این کنترل‌کننده با کنترل کننده مقید مدل پیش‌بین غیرخطی و سیستم تعلیق غیرفعال مقایسه می‌شود. بر اساس شکل (۱۰-الف) کنترل‌کننده مقید و کنترل‌کننده مدل پیش‌بین غیرخطی عملکرد قابل قبولی در کاهش شتاب وارد بر سرنشین ارائه می‌دهند. نتایج شتاب زاویه پیچ و شتاب عمودی مرکز جرم خودرو به‌ترتیب در شکل‌های (۱۰-ب) و (۱۰-ج) ارائه شده‌اند. بر اساس این شکل‌ها کنترل‌کننده مقید پیشنهادی و کنترل‌کننده مدل پیش‌بین غیرخطی عملکرد مناسبی در جهت کاهش شتاب زاویه پیچ و شتاب عمودی مرکز جرم نشان می‌دهند.

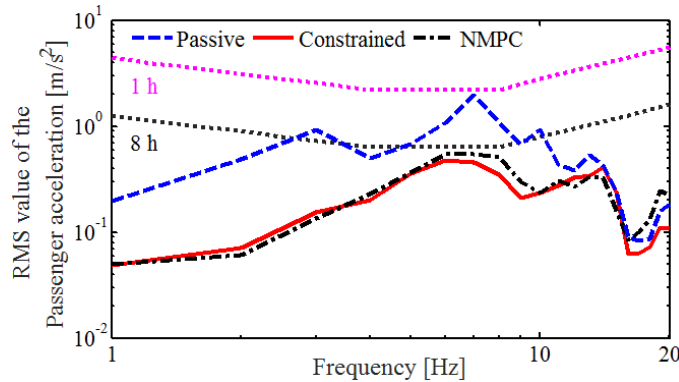
جابه‌جایی تایرهای جلو و عقب به‌ترتیب در شکل‌های (۱۰-د) و (۱۰-ه) ارائه شده‌اند. بر اساس این شکل‌ها جابه‌جایی‌های تایر جلو و عقب در وضعیت مناسبی قرار دارند. همچنین بر اساس شکل‌های (۱۰-ز) و (۱۰-و) که به‌ترتیب



شکل ۱۰- مقایسه نتایج کنترل‌کننده‌های مقید و سیستم تعلیق غیرفعال برای نصف خودرو:

الف) شتاب وارد بر سرنشین، ب) شتاب زاویه پیچ، ج) شتاب عمودی مرکز جرم، د) جابه‌جایی تیر جلو، ه) جابه‌جایی تیر عقب، و) نیروی کنترلی تعلیق جلو، ز) نیروی کنترلی تعلیق عقب





شکل ۱۱- مقایسه ارزیابی ریسک سلامتی بین رویکردهای مختلف

همراه هستند. در این مقاله با استفاده از الگوریتم کرم شب‌تاب به طراحی کنترل‌کننده بهینه برای کاهش شتاب بدنه و برقراری قید ورودی کنترلی پرداخته شده است. از شبیه‌سازی برای صحت‌گذاری بر الگوریتم مورد نظر استفاده شد. بر اساس نتایج به‌دست آمده، کنترل‌کننده مقید به دلیل عدم نیاز به افزایش ضریب وزنی ورودی کنترلی، نتایج بهتری را نسبت به کنترل‌کننده نامقید در افزایش راحتی سفر در تمامی زمان‌ها از خود ارائه داد. از مزیت‌های دیگر کنترل‌کننده مقید عدم نیاز به تنظیم ضرایب وزنی و تضمین برقراری قید در آن است.

بر اساس شکل (۱۱) سیستم غیرفعال از معیار هشت ساعت تخطی کرده و به معیار یک ساعت نیز نزدیک شده است. حال آنکه سیستم‌های تعلیق فعال مبتنی بر روش مقید پیشنهادی و مدل پیش‌بین غیرخطی عملکرد مناسبی در کاهش شتاب‌های وارد بر سرنشین نشان می‌دهند.

## ۶- نتیجه‌گیری

راحتی سفر، پایداری و فرمان‌پذیری خودرو از مهم‌ترین پارامترها در سیستم تعلیق فعال خودرو است، که به دلیل محدودیت عملگر در تولید انرژی کنترلی، همواره با قید در ورودی کنترلی خود

## واژه‌نامه

- |                                      |  |                                  |
|--------------------------------------|--|----------------------------------|
| 1. linear matrix inequality          | 6. nonlinear model predictive control (NMPC) | 11. expensive control            |
| 2. cultural                          | 7. sprung mass                               | 12. cheap control                |
| 3. particle swarm optimization (PSO) | 8. un-sprung mass                            | 13. root mean square (RMS)       |
| 4. fruit fly                         | 9. suspension deflection                     | 14. sliding mode control (SMC)   |
| 5. firefly                           | 10. tire deflection                          | 15. power spectral density (PSD) |
|                                      |  | 16. spatial frequency            |

## مراجع

- Kim, C., and Ro, P. I., "A Sliding Mode Controller for Vehicle Active Suspension Systems with Non-Linearities", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Vol. 212, No. 2, pp. 79-92, 1998.
- Khiavi, A. M., Mirzaei, M., and Hajimohammadi, S., "A New Optimal Control Law for the Semi-Active Suspension System Considering the Nonlinear Magneto-Rheological Damper Model", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 20, No. 14, pp. 2221-2233, 2014.
- Arslan, Y. Z., Sezgin, A. and Yagiz, N., "Improving the Ride Comfort of Vehicle Passenger Using Fuzzy Sliding Mode Controller", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 21, No. 9, pp.1667-1679, 2015.
- Lin, J. S., and Kanellakopoulos, I., "Nonlinear Design of Active Suspensions", *IEEE Control*

- Systems*, Vol. 17, No. 3, pp. 45-59, 1997.
5. Huang, Y., Na, J., Wu, X., Liu, X., and Guo, Y., "Adaptive Control of Nonlinear Uncertain Active Suspension Systems with Prescribed Performance", *ISA Transactions*, Vol. 54, pp. 145-155, 2015.
  6. Rubió-Massegú, J., Rossell, J. M., Karimi, H. R., and Palacios-Quinonero, F., "Static Output-Feedback Control under Information Structure Constraints", *Automatica*, Vol. 49, No. 1, pp. 313-316, 2013.
  7. Deshpande, V. S., Mohan, B., Shendge, P. D. and Phadke, S. B., "Disturbance Observer Based Sliding Mode Control of Active Suspension Systems", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No.11, pp. 2281-2296, 2014.
  8. Wang, W., Song, Y., Xue, Y., Jin, H., Hou, J., and Zhao, M., "An Optimal Vibration Control Strategy for a Vehicle's Active Suspension Based on Improved Cultural Algorithm", *Applied Soft Computing*, Vol. 28, pp. 167-174, 2015.
  9. Malekshahi, A. and Mirzaei, M., "Designing a Non-Linear Tracking Controller for Vehicle Active Suspension Systems Using an Optimization Process", *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 13, No. 2, pp. 263-271, 2012.
  10. Mirzaei, M. and Mirzaeinejad, H. "Fuzzy Scheduled Optimal Control of Integrated Vehicle Braking and Steering Systems", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 22, No. 5, pp. 2369-79, 2017.
  11. Aghasizade, S. and Mirzaei, M., "An Integrated Strategy for Vehicle Active Suspension and Antilock Braking Systems", *Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics*, Vol. 3, No. 1, pp. 97-110, 2017.
  12. Malekshahi, A., Mirzaei, M., and Aghasizadeh, S., "Non-Linear Predictive Control of Multi Input Multi-Output Vehicle Suspension System", *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, Vol. 34, No. 1, pp. 87-106, 2015.
  13. Wang, G., Chen, C. and Yu, S., "Yu, Optimization and Static Output-Feedback Control for Half-Car Active Suspensions with Constrained Information", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 378, pp. 1-13, 2016.
  14. Sun, W., Gao H. and Kaynak, O., "Vibration Isolation for Active Suspensions with Performance Constraints and Actuator Saturation", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 20, No. 2, pp. 675-683, 2015.
  15. Drehmer, LR., Paucar Casas, WJ., and Gomes, H. "Parameters Optimisation of a Vehicle Suspension System Using a Particle Swarm Optimisation Algorithm", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 53, No. 4, pp. 449-474, 2015.
  16. Kanarachos, S., Dizqah, AM., Chrysakis, G., and Fitzpatrick, M. E., "Optimal Design of a Quadratic Parameter Varying Vehicle Suspension System Using Contrast-Based Fruit Fly Optimisation", *Applied Soft Computing*, Vol. 62, pp. 463-477, 2018.
  17. Mahmoodabadi, MJ., Farhadi, F., and Sampour, S., "Firefly Algorithm Based Optimum Design of Vehicle Suspension Systems", *International Journal of Dynamics and Control*, pp. 1-13, 2018. DOI: 10.1007/s40435-018-0453-8.
  18. Pedro, J.O., Dangor, M., Dahunsi, O. A. and Ali, M. M., "Dynamic Neural Network-Based Feedback Linearization Control of Full-Car Suspensions using PSO", *Applied Soft Computing*, 2018. DOI: 10.1016/j.asoc.2018.06.002.
  19. Talib, MH. Ab., and MatDarus, I. Z., "Intelligent Fuzzy Logic with Firefly Algorithm and Particle Swarm Optimization for Semi-Active Suspension System Using Magneto-Rheological Damper", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 23, No. 3, pp. 501-514, 2017.
  20. Chen, W. H., Ballance, D. J., Gawthrop, P. J., "Optimal Control of Nonlinear Systems: A Predictive Control Approach", *Automatica*, Vol. 39, No. 4, pp. 633-641, 2003.
  21. Chen, H. and Guo, K. H., "Constrained  $H_\infty$  Control of Active Suspensions, an LMI Approach", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 13, No. 3, pp. 412-421, 2005.
  22. Du, H., Li, W. and Zhang, N., "Integrated Seat and Suspension Control for a Quarter Car with Driver Model", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. Vol. 61, No. 9, pp. 3893-3908, 2012.
  23. Wong, JY., "Theory of Ground Vehicles", Canada: John Wiley and Sons, 2008.
  24. ISO, Mechanical Vibration and Shock-Evaluation Of Human Exposure to Whole-Body Vibration-Part 1: General Requirements, in, International Organization for Standardization, 1997.
  25. Yang, X. S., "Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms", Luniver Press, 2010.
  26. Gupta, A. and Padhy, P. K., "Modified Firefly Algorithm Based Controller Design for Integrating and Unstable Delay Processes", *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 19, No. 1, pp. 548-558, 2016.
  27. Yin, J., "Asymptotic Stability in Probability and Stabilization for a Class of Discrete-Time Stochastic Systems", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 25, No. 15, pp. 2803-2815, 2015.
  28. Keighobadi, J., Faraji, J., and Rafatnia, S., "Chaos Control of Atomic Force Microscope System using Nonlinear Model Predictive Control", *Journal of Mechanics*, Vol. 33, No. 3, pp. 405-415, 2017.

## پیوست‌ها

### پیوست ۱- الگوریتم کرم شب‌تاب

الگوریتم کرم شب‌تاب، یک الگوریتم فراابتکاری است که از نور چشمک‌زن کرم‌های شب‌تاب الهام گرفته شده است. انتشار نور توسط یک فرآیند زیست‌تایی انجام می‌شود. هر کدام از کرم‌های شب‌تاب در فضای جست‌وجو سرگردانند. آنها از هوش فردی خود استفاده می‌کنند تا موقعیت مناسب را تشخیص دهند. هر کرم شب‌تاب مکانش را متناسب با شدت روشنایی خود و سایر کرم‌های شب‌تاب تنظیم می‌کند، سپس آن را در خاطر نگه داشته و اطلاعات خود را به بقیه کرم‌های شب‌تاب انتقال می‌دهد. جمعیت هم این توانایی را دارد که با توجه به اطلاعات دریافتی، مکان خود را طوری تنظیم کند تا سرانجام به هدف مورد نظر دست یابند.

الگوریتم کرم شب‌تاب برای اولین بار توسط زین شی یانگ در دانشگاه کمبریج در سال ۲۰۰۷ ارائه شد [۲۵]. با توسعه و بهبود این الگوریتم در زمینه طراحی کنترل‌کننده‌ها، گوپتا و همکاران [۲۶] به طراحی کنترل‌کننده مشتق‌گیر- تناسبی- انتگرالی برای سیستم‌های تأخیری به‌کمک الگوریتم کرم شب‌تاب پرداختند.

اصولاً برای پیاده‌سازی این الگوریتم سه قاعده در نظر گرفته می‌شود:

- تفکیک جنسیتی در کرم‌های شب‌تاب وجود ندارد و یک کرم شب‌تاب به کرم شب‌تاب‌های دیگر بدون در نظر گرفتن جنسیت آنها جذب خواهد شد.

- جذابیت هر کرم شب‌تاب متناسب با روشنایی آن است. در نتیجه هر کرم شب‌تاب که روشنایی کمتری دارد، به سمت کرم شب‌تاب با روشنایی بیشتر حرکت می‌کند. قدرت جذب متناسب با میزان نوردهی است و با افزایش فاصله بین دو کرم شب‌تاب، روشنایی آنها نیز کاهش می‌یابد. اگر هیچ کرم شب‌تابی از دیگری روشن‌تر نباشد، حرکت آنها به صورت تصادفی خواهد بود.

- درخشندگی یک کرم شب‌تاب با استفاده از مقدار تابع هدف به دست می‌آید و تحت تأثیر آن قرار می‌گیرد. برای یک مسئله بهینه‌سازی، درخشندگی می‌تواند به سادگی با مقدار تابع

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۹، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۹

هدف متناسب باشد.

شدت نور با فاصله از منبع آن کاهش می‌یابد که در ساده‌ترین شکل شدت نور  $I(r)$  طبق قانون مربع معکوس زیر تغییر می‌کند [۲۵]:

$$I(r) = \frac{I_0}{r^2} \quad (\text{پ-۱})$$

که در آن  $I_0$  شدت روشنایی در منبع و  $r$  کوتاه‌ترین فاصله مشاهده شده از منبع است. از طرفی، برای یک ضریب جذب نور ثابت  $\gamma$ ، شدت روشنایی  $I(r)$  از قانون زیر پیروی می‌کند [۲۵]:

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r} \quad (\text{پ-۲})$$

به منظور دوری جستن از نقطه تکین  $r=0$  در رابطه (پ-۱)، می‌توان ترکیبی از هر دو قانون (پ-۱) و (پ-۲) را در حالت ترکیبی به فرم گاوسی چنین نوشت [۲۵]:

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2} \quad (\text{پ-۳})$$

جذابیت یک کرم شب‌تاب متناسب با شدت روشنایی کرم‌های شب‌تاب مجاورش است، بنابراین می‌توان جذابیت  $\beta$  از کرم شب‌تاب را به وسیله رابطه زیر تعریف کرد [۲۵]:

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (\text{پ-۴})$$

که در آن  $\beta_0$  جذابیت اولیه است. از آنجایی که اغلب محاسبه  $\frac{1}{1+r^2}$  از تابع نمایی سریع‌تر است، تابع بالا در صورت لزوم می‌تواند در حالت تقریبی از رابطه (پ-۵) به دست آید [۲۵]:

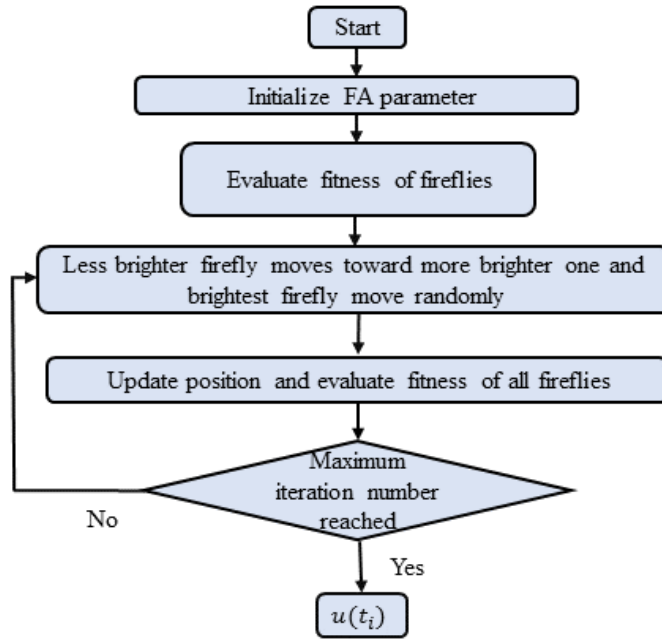
$$\beta(r) = \frac{\beta_0}{1+\gamma r^2} \quad (\text{پ-۵})$$

فاصله دو کرم شب‌تاب  $i$  و  $j$  که به ترتیب در مکان‌ها  $\xi_i$  و  $\xi_j$  واقع‌اند، در فضای  $\mathbb{R}^k$  از رابطه (پ-۶) به دست می‌آید [۲۱]:

$$I_{ij} = \|\tau_i - \tau_j\| = \sqrt{\sum_{d=1}^{d=k} (\xi_{id} - \xi_{jd})^2} \quad (\text{پ-۶})$$

که در آن  $\xi_{id}$ ،  $d$  امین مختصات  $i$  امین کرم شب‌تاب است. فاصله  $I_{ij}$  در رابطه (پ-۶) محدود به فاصله هندسی نیست و می‌تواند به صورت دیگری در فضای  $k$  بعدی، بسته به نوع مسئله تعریف شود.

برای تعداد زیادی از کرم‌های شب‌تاب،  $n \geq m$  که  $m$



شکل ۱۲- ساختار بلوکی الگوریتم بهینه‌سازی کرم شب‌تاب [۲۵]

مؤلفه‌های آن برابر  $\frac{1}{p}$  هستند. در عمل همواره،  $\alpha \in [0, 1]$  در نظر گرفته می‌شود.

ساختار بلوکی الگوریتم بهینه‌سازی کرم شب‌تاب برای محاسبه ورودی کنترلی سیستم تعلیق فعال در شکل (۱۲) ارائه شده است.

با بسط رابطه (پ-۷) برای سایر کرم‌های شب‌تاب و با فرض  $Z(t) = \xi_i(t) - \xi_j(t)$  که در آن  $i, j = 1, \dots, k, i \neq j$  معادلات الگوریتم کرم شب‌تاب به شکل فضای حالت گسسته رابطه (پ-۸) بیان می‌شوند:

$$Z(t+1) = AZ(t) + BZ(t)\varepsilon_{ij} \quad (\text{پ-۸})$$

که در آن،  $A = (1 - \beta)I_{k \times (k-1)}$  و  $B = -\alpha I_{k \times (k-1)}$  هستند. همچنین  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_i - \varepsilon_j$  بردار اتفاقی رابطه (پ-۸) است.

**قضیه:** سیستمی به شکل رابطه (پ-۸) به صورت مجانبی پایدار است در صورتی که ماتریس مثبت معین  $P$  و  $\kappa \in [0, 1]$  وجود داشته باشد، که نامعادله زیر برقرار باشد:

$$A^T P A + B^T P B \leq (1 - \kappa) P \quad (\text{پ-۹})$$

بر همین اساس، شروط کافی برای برقراری رابطه (پ-۹) به شکل روابط (پ-۱۰) و (پ-۱۱) هستند:

تعداد بهینه‌های محلی است،  $n$  کرم شب‌تاب باید به صورت نسبی و یکنواخت در سراسر فضای جست‌وجو توزیع شوند. در طول تکرارها، کرم‌های شب‌تاب باید در کل به بهینه محلی همگرا شوند. با مقایسه بهترین راه‌حل‌ها در میان این بهینه‌سازی‌ها، جواب بهینه سراسری به راحتی حاصل می‌شود. تحقیقات اخیر نشان می‌دهد که الگوریتم کرم شب‌تاب وقتی که  $n \rightarrow \infty$ ، به بهینه سراسری نزدیک می‌شود.

حرکت کرم شب‌تاب  $i$  در موقعیت  $\xi_j$  به سمت کرم شب‌تاب جذاب‌تر  $j$  در موقعیت  $\xi_j$  به صورت رابطه (پ-۷) انجام می‌گیرد [۲۵]:

$$\xi_i(t+1) = \xi_i(t) + \beta(\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \alpha(\xi_j(t) - \xi_i(t))\varepsilon_i \quad (\text{پ-۷})$$

که در آن عبارت دوم به علت جاذبه است و عبارت سوم بیانگر گام تصادفی با طول گام  $\alpha$  است که یک عدد ثابت بوده و  $\varepsilon_i$  یک بردار از اعداد تصادفی با توزیع گاوسی یا توزیع یکنواخت است. در ساده‌ترین شکل  $\varepsilon_i$  با  $\left(\text{rand} - \frac{1}{p}\right)$  جایگزین می‌شود که در آن  $\text{rand}$  یک بردار  $k$ -تایی از اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  بوده و  $\frac{1}{p}$  یک بردار  $k$ -تایی است که

$$u_{eq} = -m_s \left( \frac{g_1}{g_2} x_2 + f_1 \right) \quad (پ-۱۶)$$

با در نظر گرفتن شرایط عدم قطعیت پارامترها و نامعینی، قانون کنترل به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u = u_{eq} - K \text{sign}(S) \quad (پ-۱۷)$$

که  $K$  پارامتر آزاد مثبت و  $\text{sign}(\cdot)$  تابع علامت بوده و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\text{sign}(S) = \begin{cases} 1 & \text{for } S > 0 \\ 0 & \text{for } S = 0 \\ -1 & \text{for } S < 0 \end{cases} \quad (پ-۱۸)$$

### پیوست ۳- کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی

یکی از کنترل کننده‌های بهینه مورد استفاده در سیستم‌های غیرخطی، کنترل کننده مدل پیش‌بین غیرخطی است. در این مقاله به منظور صحت‌گذاری بر الگوریتم‌های کنترلی مقید و نامقید ارائه شده، به مقایسه نتایج آن با کنترل کننده مدل پیش‌بین غیرخطی پرداخته می‌شود. ساختار کلی کنترل کننده مدل پیش‌بین غیرخطی در شکل (۱۳) ارائه شده است. بر اساس شکل (۱۳) این کنترل کننده شامل یک بلوک پیش‌بینی، یک بلوک بهینه‌سازی و یک بلوک تابع هزینه و قید حالت است. برای محاسبه تابع هزینه از خروجی‌های پیش‌بینی شده، استفاده شده و سپس توسط بلوک بهینه‌سازی به محاسبه ورودی کنترلی بهینه پرداخته می‌شود [۲۸]. در این کنترل کننده از تابع هزینه‌ای به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$J_N = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=0}^N [\eta_i x_i^2(k) + \eta_3 u^2(k)] \quad (پ-۱۹)$$

که در آن  $\eta_i$  ضرایب وزنی متناسب هر خروجی و ورودی کنترلی بوده، و  $N$  افق پیش‌بین است.

بنابراین هدف در این کنترل کننده چنین تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } J_N(x_1, u) \\ &\text{Subject to: } |u| \leq u_{\max} \end{aligned} \quad (پ-۲۰)$$

در این مقاله افق پیش‌بینی و افق کنترل  $10$  در نظر گرفته می‌شود. بر همین اساس هنگامی که  $N$ ،  $10$  گام فرض می‌شود،

$$\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)} (A^T + B^T) \leq 1 - \kappa \quad (پ-۱۰)$$

$$1 - \kappa \geq \rho \left( Q^{-T} (A^T P A + B^T P B) Q^{-1} \right) \quad (پ-۱۱)$$

که در آن  $Q$  تجزیه چولیسکای ماتریس  $P$  و  $\rho(\theta)$  بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس  $\theta$  است.

**اثبات:** اثبات این قضیه در مرجع [۲۷] ارائه شده است.

با استفاده از قضیه و با انتخاب  $P = I_{k*(k-1)}$  دو نامعادله به شرط واحد زیر می‌رسند:

$$((1-\kappa)\alpha^2 + \alpha^2) \leq 1 - \kappa \quad (پ-۱۲)$$

که شرط کافی برای پایداری نمایی رابطه (پ-۱۸) است.

بر اساس رابطه (پ-۱۲) و با توجه به اینکه بازه تغییرات موقعیت کرم‌های شب‌تاب در این مقاله به صورت  $[-\xi_{\max} \quad \xi_{\max}]$  فرض می‌شود، مقدار ماکزیمم  $\beta$  به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\beta = \beta_0 \quad (پ-۱۳)$$

بنابراین شرط کافی برای پایداری مجانبی الگوریتم کرم شب‌تاب به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$(\alpha^2) \leq (1 - \kappa) - (1 - 2\beta_0) \quad (پ-۱۴)$$

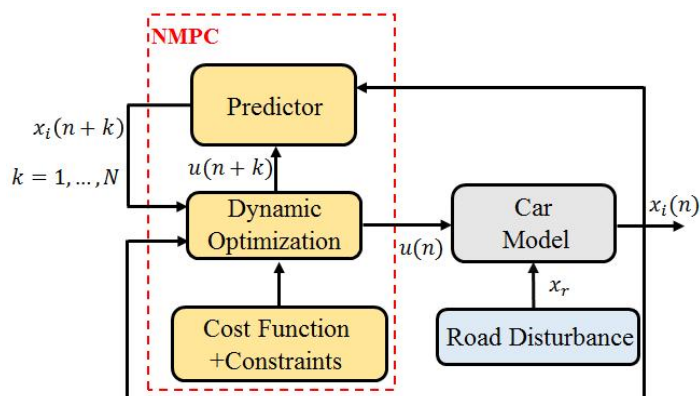
در این مقاله برای شبیه‌سازی به منظور پایداری الگوریتم کرم شب‌تاب با انتخاب  $\beta_0 = \frac{1}{4}$ ،  $\kappa = \frac{1}{4}$  مقدار  $\alpha = 0.86$  فرض می‌شود.

### پیوست ۲- کنترل کننده مد لغزشی

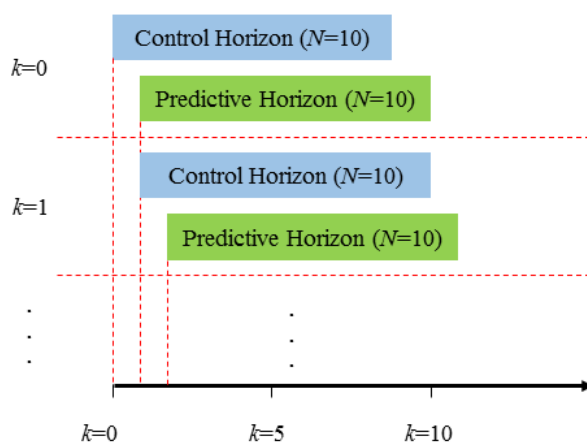
در کنترل کننده مد لغزشی ارائه شده در مرجع [۱] هدف بهبود راحتی سفر، بدون توجه به جابه‌جایی تأیر و تعلیق و همچنین محدودیت نیروی کنترلی است. در همین راستا در این روش سطح لغزشی به شکل رابطه (پ-۱۵) تعریف می‌شود:

$$S(t) = G^T X_p \quad (پ-۱۵)$$

که در آن  $X_p = [x_s \quad x_2]^T$  بوده و  $G = [g_1 \quad g_2]^T$  ماتریس ضرایب مرتب با این متغیرها هستند. در ادامه با فرض عدم وجود نامعینی در دینامیک سیستم، با استفاده از رابطه (پ-۱۵) در ترکیب با معادله (۸) قانون کنترل معادل به شکل رابطه (پ-۱۶) محاسبه می‌شود:



شکل ۱۳- ساختار کلی الگوریتم کنترل کننده مدل پیش بین غیرخطی



شکل ۱۴- استراتژی افق حرکتی کنترل کننده مدل پیش بین غیرخطی در هر زمان نمونه برداری

افق پیش بینی از  $k=1$  تا  $k=10$  خواهد بود. این الگوریتم در شکل (۱۴) ارائه شده است.

در هر زمان نمونه برداری، استراتژی کنترل مدل پیش بین غیرخطی با افق زمانی ثابتی حرکت می کند. بنابراین وقتی  $k=0$  است، افق کنترل از  $k=0$  تا  $k=9$  بوده و در گام زمانی بعدی،