

بررسی الگوی جریان و توزیع تنش برشی روی سرریزهای جانبی با ورودی تیز گوشه و گرد گوشه

آمنه کاریزی و تورج هنر^{*۱}

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۶/۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۸/۳۰)

چکیده

سرریزهای جانبی از جمله سازه‌های آبی می‌باشند که معمولاً به عنوان سازه‌های اضطراری در تأسیسات هیدرولیکی بزرگ چون سدها و شبکه‌های آبیاری و زه‌کشی به کار برده می‌شوند که به علت حساسیت موضوع نیاز به طراحی و بررسی دقیق دارند. لذا کاربرد روش‌های شبیه‌سازی و حل عددی در طراحی این‌گونه از سازه‌های آبی می‌تواند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار باشد. در این پژوهش الگوی جریان و نحوه توزیع تنش برشی روی انواع سرریزهای جانبی لبه‌پهن با پهنا و شکل ورودی همراه با دبی‌های متفاوت از طریق شبیه‌سازی عددی در حالت‌های ۲ بعدی و ۳ بعدی مورد بررسی قرار گرفت. سپس نتایج با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید. آزمایش‌ها در یک کانال مستطیلی همراه با یک سرریز جانبی به طول ۷۰ سانتی‌متر روی سرریزهایی با ورودی تیز گوشه و گرد گوشه با شعاع‌های گردشگی ۵ و ۱۰ و ۱۵ سانتی‌متری در یک دبی ثابت با نسبت آگیری ۰/۴ و ۰/۶ به ترتیب در کانال‌های اصلی و فرعی انجام شد. بررسی و مقایسه حل عددی با نتایج آزمایشگاهی در این تحقیق مؤید آن است که در سرریزهای جانبی با ورودی گرد شده به میزان قابل توجهی از تنش برشی وارده بر کف و دیواره‌های سرریز جانبی و همچنین جریان‌های چرخشی غیر مؤثر در ابتدای ورودی سرریز جانبی در مقایسه با حالت تیز گوشه کاسته شده که این امر نهایتاً موجب افزایش راندمان آگیری گردیده است.

واژه‌های کلیدی: تنش برشی، سرریزهای جانبی، شبیه‌سازی عددی

مقدمه

رودخانه‌ها و کانال‌ها استفاده می‌شود. این نوع سرریز در کناره کانال‌ها تعبیه شده و هنگامی که ارتفاع آب به تراز تاج سرریز می‌رسد، آب مازاد شروع به ورود به کانال فرعی می‌نماید. رفتار هیدرولیکی جریان در حالت متغیر مکانی در طول کانالی همراه با سرریز جانبی در مقایسه با جریان یک‌نواخت کاملاً متفاوت است. در واقع این جریان حالتی از جریان

جهت آگیری از هر کانال اصلی در پروژه‌های آبیاری و زه‌کشی، پخش سیلاب و ... احتیاج به تأسیساتی جهت انحراف آب می‌باشد. از متداولترین این‌گونه از سازه‌ها، سرریزهای جانبی هستند. سرریز جانبی یکی از قدیمی‌ترین سازه‌های هیدرولیکی است که به عنوان یک سازه انحراف آب در

۱. به ترتیب دانشجوی سابق کارشناسی ارشد و استادیار مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: toorajhonar@yahoo.com

می‌باشد که در آن شدت جریان در طول کانال اصلی کاهش می‌یابد که تحلیل آن نسبتاً از پیچیدگی خاصی برخوردار می‌باشد. بدیهی است که اگر تخمین دقیقی از الگوی جریان و شدت جریان و هم‌چنین سایر پارامترهای هیدرولیکی سرریزهای جانبی داشته باشد می‌تواند تأثیر شایانی در طراحی دقیق و اصولی سرریزهای جانبی داشته باشد.

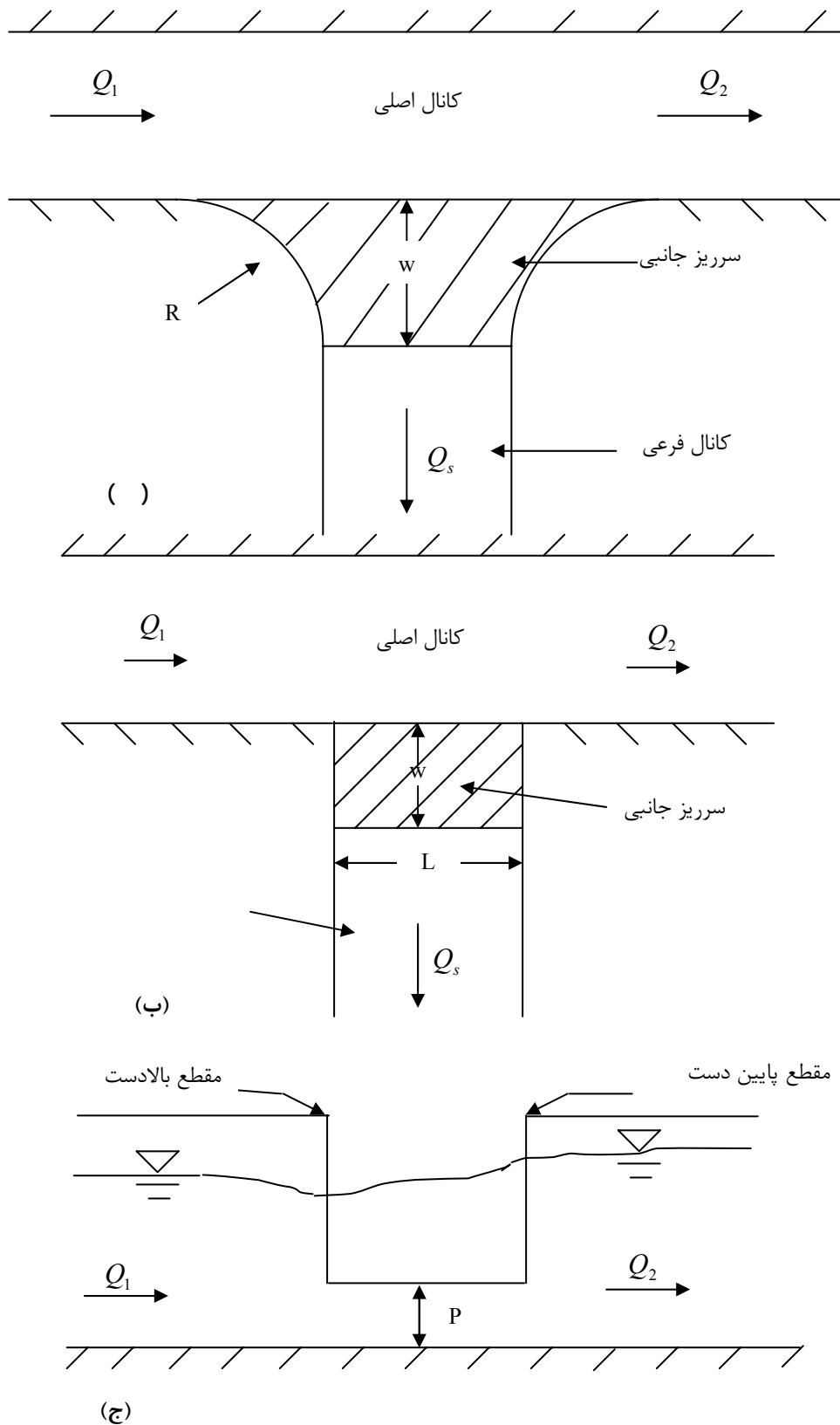
در قرن حاضر هیدرولیک جریان روی سرریزهای جانبی علاقمندان زیادی را به خود جلب کرده است. اغلب این تحقیقات صرفاً جنبه تجربی داشته و براساس داده‌های مشاهده‌ای استوار بوده است. با مطالعه پژوهش‌های انجام شده و دسته بندی آنها بر اساس مقطع کانالی که در آن سرریز نصب گردیده، می‌توان دریافت که اکثر محققین با انجام آزمایش‌هایی به ارزیابی روابط سرریزهای جانبی در کانال‌های مستطیلی پرداخته‌اند (۵ و ۸). در خصوص کانال‌های با مقطع دایره‌ای شکل نیز مطالعاتی در سال‌های گذشته انجام شده است (۶ و ۹). فرارویی نیز ضریب تخلیه سرریز جانبی در کانال‌های دوزنقه‌ای را تحت تأثیر شیب دیواره بالادست در دو حالت انتهای کانال مسدود و باز بررسی نمود. نتایج حاصل از مطالعات وی نشان می‌دهد که برای حالت‌های انتها باز و انتها بسته خصوصیات جریان متفاوت می‌باشد، به طوری که مدل ارائه شده تحت شرایط انتها باز، تخمین بسیار مناسبی از دبی سرریز جانبی ارائه می‌نماید. ولی در حالت انتها بسته نتایج رضایت‌بخش نمی‌باشد (۲). موسلو ابتدا جریان را روی سرریز جانبی بر اساس اصول انرژی با استفاده از یک تکنیک برآزش منحنی پایه‌گذاری نمود و به صورت عددی آن را آنالیز نمود و در نهایت جهت توسعه و بسط معادلات عمومی دبی و پروفیل سطح آب، سرریز جانبی را در طول به نوارهای المانی باریک تقسیم و با استفاده از پارامترهای بدون بعد و حل معادله‌های نرمال شده، پارامترهای هیدرولیکی سرریز جانبی را مورد ارزیابی قرار داد (۷). کوثر و آقاچیلگو به مطالعه روی ضریب دبی سرریزهای مثلثی شکل با زاویه رأس‌های متفاوت نصب شده در کانال‌های خمیده پرداخت و نتایج را با حالتی که

سرریزهای مثلثی در کانال مستقیم نصب شده بودند، مقایسه نمود. نتایج وی نشان داد که ضرایب دبی سرریزهای جانبی مثلثی واقع شده در طول کانال‌های خمیده، بیشتر از مقادیر به دست آمده در کانال‌های مستقیم می‌باشد (۴). هنر و همکاران ضریب تخلیه سرریزهای جانبی میل در کانال‌های مستطیلی غیرمنشوری را بررسی نمودند. نتایج بررسی آنان نشان داد که نسبت ضریب تخلیه به عدد فرود در ابتدای سرریز، نسبت ارتفاع سرریز به عمق آب در ابتدای سرریز، نسبت عمق آب روی سرریز به طول سرریز و عامل منشوری کانال بستگی دارد (۳).

با مروری بر تحقیقات گذشته مشخص شد که مطالعات پیشین برای شرایط و حالت‌های مختلفی از نقطه نظر مقطع کانال اصلی، شکل سرریز جانبی و رژیم جریان در کانال اصلی صورت گرفته است و تاکنون تأثیر گردشگری در ورودی سرریزهای جانبی بررسی شده است. لذا با توجه به اهمیت موضوع و تحقق در جهت افزایش راندمان آبگیری، این تحقیق در آزمایشگاه هیدرولیک بخش مهندسی آب دانشگاه شیراز روی سرریزهای جانبی مستطیلی تخت با ورودی گرد شده صورت گرفت.

مواد و روش‌ها

آزمایش‌ها در فلوم آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده کشاورزی دانشگاه شیراز انجام گردید. در این تحقیق کانال اصلی دارای مقطع مستطیلی با عرض ۵۰ سانتی‌متر، عمق ۴۰ سانتی‌متر، طول ۱۵ متر و شیب کف ۰/۳ در ۱۰۰۰ است. جهت اطمینان کامل از تثبیت جریان و ایجاد شرایط تعادل محل سرریز جانبی در وسط کانال اصلی تعبیه گردید. سرریزهای جانبی مورد استفاده در این تحقیق از جنس سنگ چینی و از نوع تخت بودند. دبی عبوری از کانال ۲۵ لیتر بر ثانیه و در تمام آزمایش‌ها ih ثابت در نظر گرفته شد. مشخصات سرریزهایی که مورد استفاده قرار گرفت، شامل ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر، سه پهنای متفاوت ۵، ۱۰ و ۱۵ سانتی‌متری با طول سرریز ۷۰ سانتی‌متر بود (شکل ۱). در



شکل ۱. نمایی از محل نصب سرریز جانبی: الف) پلان ورودی گردگوشه، ب) پلان ورودی تیزگوشه و ج) پروفیل طولی

این آزمایش جریان عبوری پس از عبور از روی سرریز جانبی وارد کانال فرعی شده و سپس در انتهای آن توسط یک سرریز مثلثی از قبل کالیبره شده، دبی خروجی تعیین و هم‌زمان دبی جریان ورودی توسط شیر الکترونیکی ثبت می‌گردد. در این پژوهش، شعاع‌های گردشگی در ورودی سرریز جانبی ۵ و ۱۰ و ۱۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شد که در نهایت با حالت ورودی تیزگوشه مقایسه گردید. اندازه‌گیری سرعت آب روی سرریز جانبی برای بررسی الگوی جریان توسط دستگاه سرعت سنج الکترومگنتیک که قادر است سرعت سیال را دو جهت عمود برهم در یک صفحه افقی در هر نقطه دلخواه اندازه‌گیری کند، انجام شد. در این آزمایش سرعت در عمق ۰/۶ از سطح آب روی سرریز تا وسط کانال اصلی در طول، عرض و در فاصله ۲/۵ سانتی‌متری از یکدیگر اندازه‌گیری و توسط نرم افزار Tecplot الگوی جریان و توزیع تنش برشی ترسیم شد و با استفاده از نرم‌افزار Fluent در حالت‌های دو بعدی و سه بعدی در شرایط آزمایشگاهی شبیه‌سازی و با نتایج واقعی مقایسه و کنترل گردید.

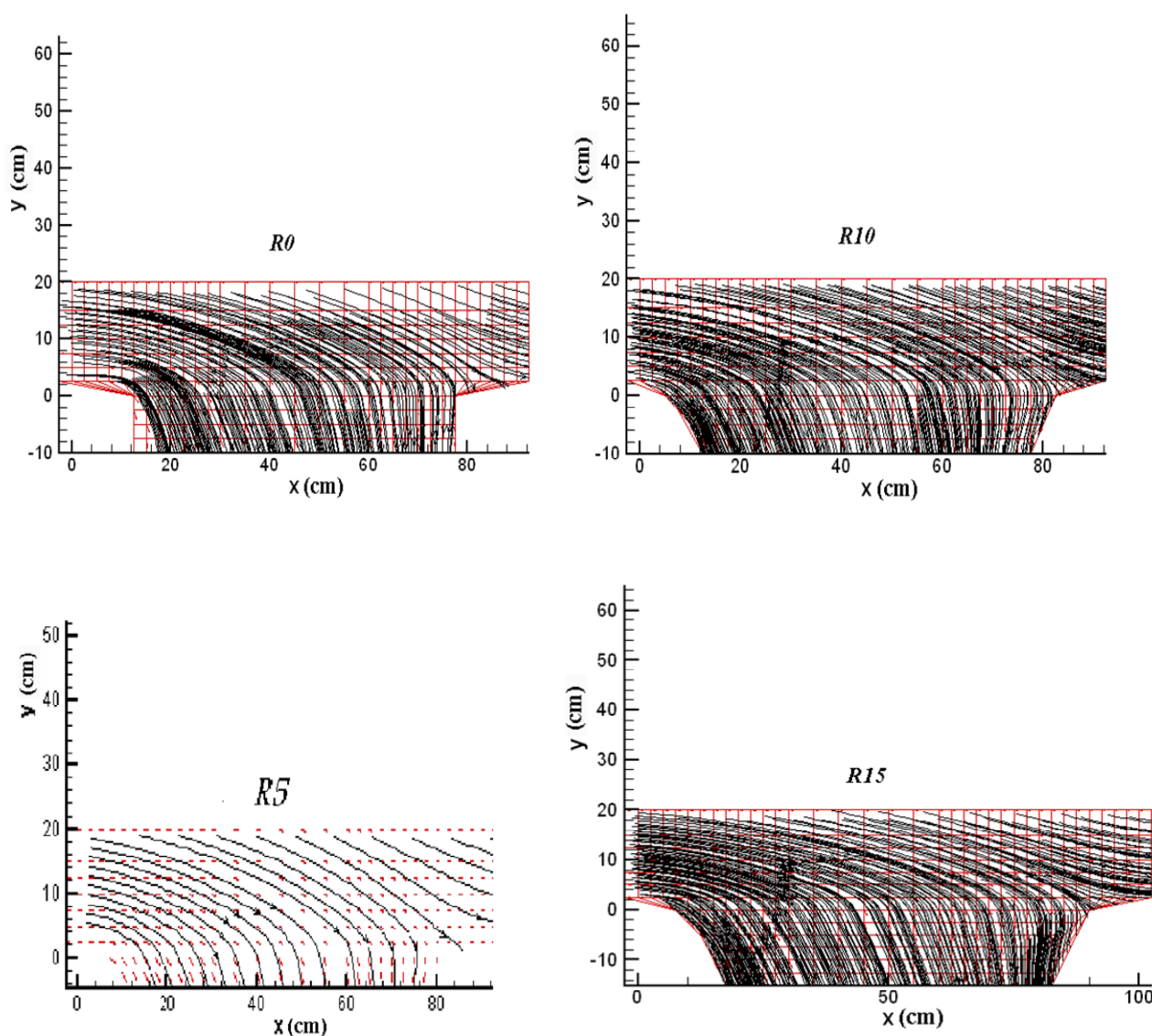
در شکل ۲ خطوط جریان به صورت دو بعدی در طول سرریز جانبی در حالت‌های مختلف نشان داده شده است. در این شکل آب از سمت چپ در کانال اصلی در جریان می‌باشد. در واقع قسمت بالای تصویر معادل کانال اصلی و قسمت پایینی تصویر معادل سرریز جانبی و جریان عبوری از آن می‌باشد. با بررسی الگوی جریان روی سرریز جانبی در ورودی‌های گردگوشه در مقایسه با حالت تیزگوشه می‌توان دریافت که به نحو چشمگیری از میزان جداشدگی جریان در لبه ورودی سرریز جانبی و هم‌چنین از میزان جریان‌های چرخشی غیرمؤثر روی سرریز جانبی کاسته می‌شود که این امر باعث افزایش راندمان آبیگری گردیده است. در واقع نمودارهای الگوی جریان روی سرریز جانبی در حالت گردگوشه دارای توزیع یک‌نواخت تری نسبت به حالت تیزگوشه می‌باشند. در واقع در حالت گردگوشه درصد کمی از جریان عبوری بر روی سرریز جانبی به صورت چرخشی درآمده و جداشدگی جریان

به میزان قابل توجهی کمتر شده است. همین امر باعث افزایش راندمان آبیگری در حالت گردگوشه نسبت به تیزگوشه می‌گردد. هم‌چنین در این تحقیق نحوه توزیع تنش برشی رینولدز روی سرریز جانبی نیز با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود در ابتدای ورودی تیزگوشه (R0) بیشترین مقدار تنش برشی رینولدز وجود دارد. در مقطع ورودی تنش برشی نسبت به سایر نقاط بقدری زیاد شده که تشکیل یک قله داده است. در واقع اوج تشکیل و شکل‌گیری جریان‌های چرخشی غیر مؤثر (که کمترین نقش در انتقال آب و آبیگری را دارا هستند)، در این قسمت به وجود می‌آید، ولی توزیع تنش برشی در حالت‌های گردگوشه با شعاع‌های ۵ و ۱۵ سانتی‌متر از توزیع یک‌نواخت تری نسبت به حالت تیزگوشه برخوردار می‌باشد که این مسأله به خاطر کاهش حجم جریان‌های چرخشی غیرمؤثر و کاهش شکستگی خطوط جریان در انتقال از کانال اصلی به فرعی و یک‌نواختی جریان و عبور از سرریز جانبی می‌باشد. لازم به ذکر است که تنش برشی از رابطه ۱ محاسبه شده است.

$$\tau = -\rho \overline{u'v'} \quad [1]$$

در رابطه فوق: τ = تنش برشی رینولدز (پاسکال)، ρ = جرم حجمی آب (کیلوگرم بر متر مکعب)، u' = تفاضل سرعت جریان در هر نقطه و میانگین سرعت در جهت X محور مختصات (متر بر ثانیه)، v' = تفاضل سرعت جریان در هر نقطه و میانگین سرعت در جهت Y محور مختصات (متر بر ثانیه) می‌باشد.

از مسائلی که در دهانه ورودی سرریزهای جانبی وجود دارد که موجب کاهش راندمان آبیگری می‌شود، تشکیل جریان‌های ثانویه در دهانه ورودی می‌باشد. یکی از عوامل ایجاد اینگونه جریان‌ها عدم یک‌نواختی سرعت بین بالادست و پایین دست سرریز می‌باشد. بنابراین هر اقدامی که موجب یک‌نواختی سرعت در بالادست و پایین دست سرریز جانبی شود، موجب می‌گردد که از توان این جریان‌ها کاسته شود و در نتیجه راندمان



R0: ورودی تیزگوشه

R5: ورودی گردشده با شعاع گردشگی ۵ سانتی متر

R10: ورودی گردشده با شعاع گردشگی ۱۰ سانتی متر

R15: ورودی گردشده با شعاع گردشگی ۱۵ سانتی متر

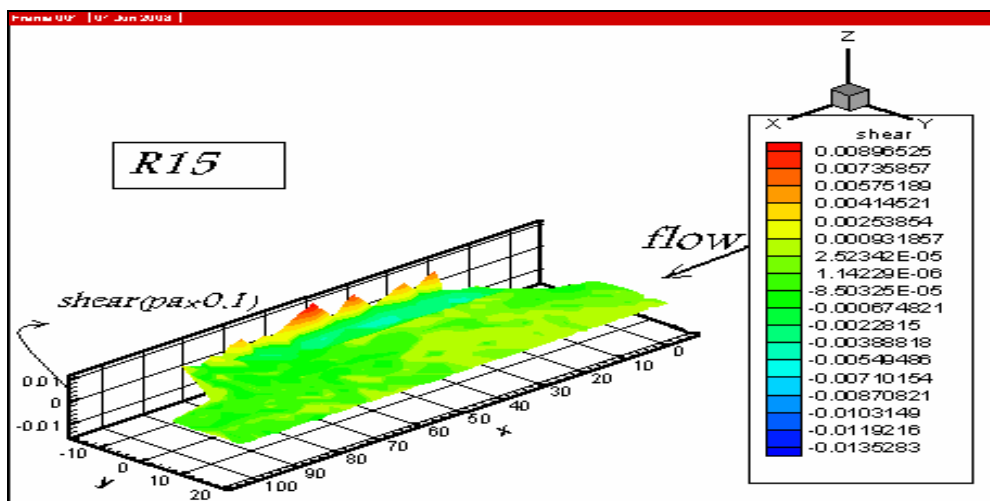
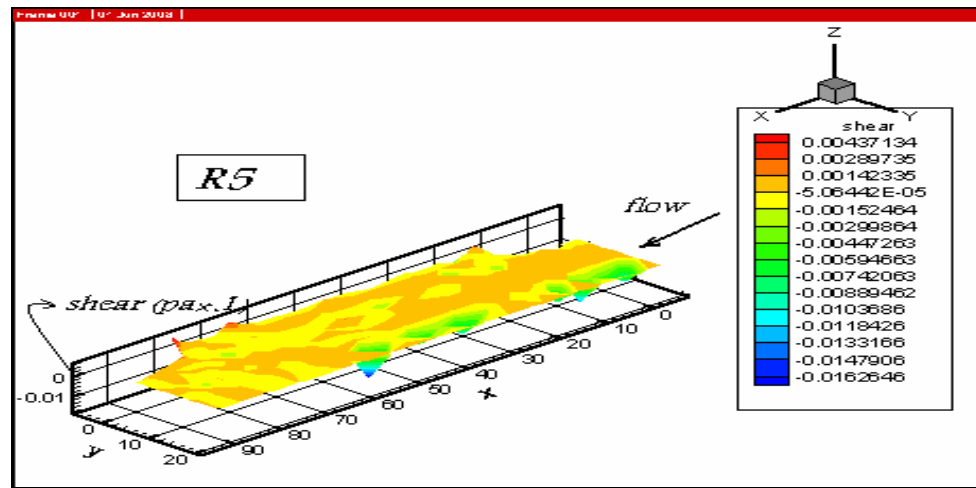
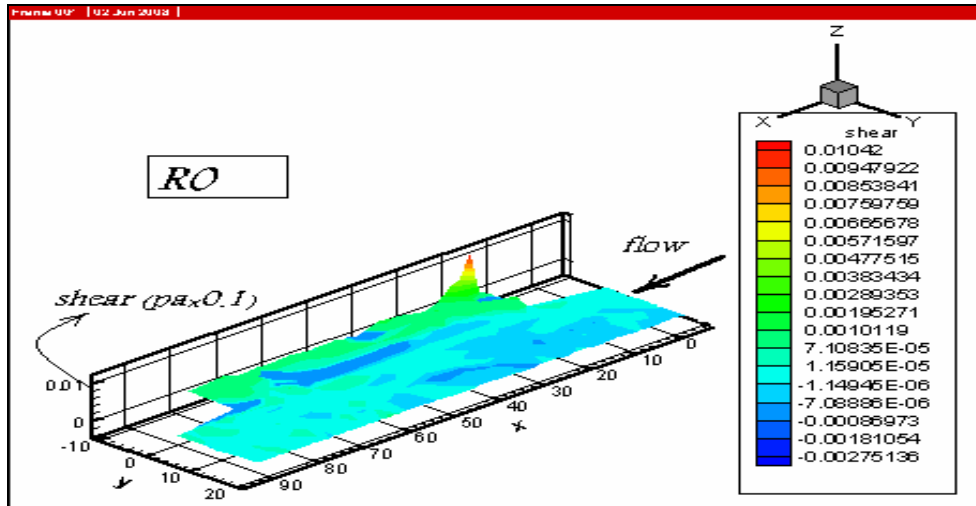
شکل ۲. نمایش خطوط جریان در شرایط سرریز با ارتفاع ۱۰ سانتی متر

$$\alpha = \frac{1}{AV^3} \sum_i v_i^3 A_i \quad [۲]$$

$$\beta = \frac{1}{AV^3} \sum_i v_i^4 A_i \quad [۳]$$

در روابط فوق A سطح مقطع کانال، V مقدار میانگین سرعت در مقطع، v_i اندازه سرعت در نقطه اندازه‌گیری i ام و

آبگیری در شرایط یکسان افزایش یافته و این مسأله در واقع می‌تواند موجب کاهش طول سرریز و هزینه‌های اجرایی گردد. با اندازه‌گیری مقادیر سرعت در هر مقطع و استفاده از روابط زیر مقادیر ضرایب تصحیح انرژی جنبشی و مومنتوم برای دو حالت تیزگوشه و گردگوشه تعیین گردید.



شکل ۳. توزیع تنش برشی در طول سرریزهای جانبی

A_i المان مساحت در اطراف نقطه i ام است.

مقایسه جریان در دهانه ورودی سرریزهای جانبی لبه پهن تخت با دهانه ورودی گردشده و دهانه ورودی تیزگوشه با محاسبه ضرایب تصحیح انرژی جنبشی (α) و تصحیح مومنتم (β)، مشخص می کند در حالتی که دهانه ورودی سرریز جانبی گردگوشه باشد، یکنواختی جریان بیشتری نسبت به حالت تیزگوشه ایجاد می گردد. هم چنین نتایج نشان می دهد در شرایط آزمایشگاهی اگر دهانه ورودی سرریز جانبی با شعاع ۱۵ سانتی متر دارای انحنا باشد این ضرایب به عدد یک نزدیک تر می شود. این موضوع خود موجب ایجاد یکنواختی بیشتر جریان در محدوده سرریز جانبی خواهد شد.

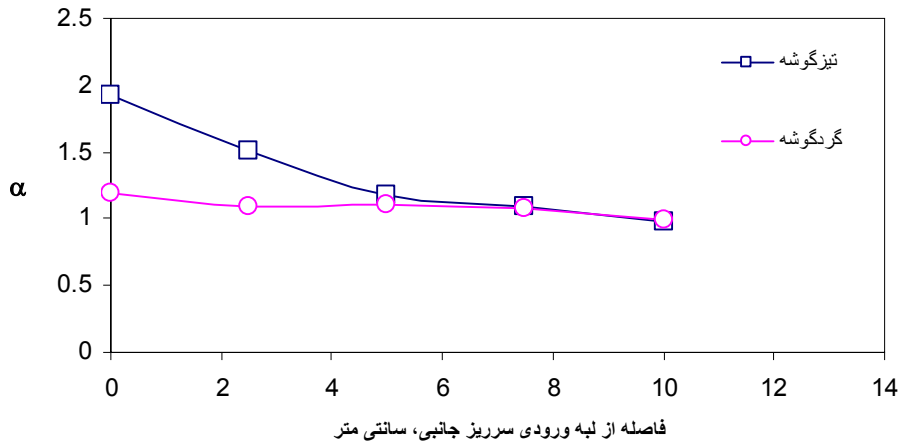
در نمودارهای شکل های ۴ و ۵ مقادیر ضرایب انرژی جنبشی و مومنتوم در حالت های تیزگوشه و گردشده با شعاع ۱۵ سانتی متر مقایسه گردیده اند، همان طور که مشاهده می شود با توجه به پهنای سرریز در حالت های تیزگوشه و گردگوشه، مقطع عرضی صفر مویید ابتدای ورودی سرریز جانبی یعنی مماس با لبه کانال اصلی می باشد و سایر مقاطع عرضی سرریز نیز با توجه به فاصله آن از لبه ورودی بررسی شده اند.

نتایج محاسبات نشان می دهد، ماکزیمم مقدار ضریب آلفا در حالت تیزگوشه و در ابتدای ورودی سرریز جانبی برابر با $1/93$ می باشد در حالیکه ماکزیمم مقدار این ضریب در ورودی گردگوشه با شعاع ۱۵ سانتی متر برابر با $1/19$ در همان ابتدای ورودی سرریز جانبی می باشد که با فاصله گرفتن از ابتدای ورودی در هر دو حالت این ضرایب به سمت عدد یک نزدیک تر می شوند قابل ذکر است که محققین قبلی در زمینه آنگیر تحقیقاتی انجام داده و به نتایج مشابه رسیده اند (۱).

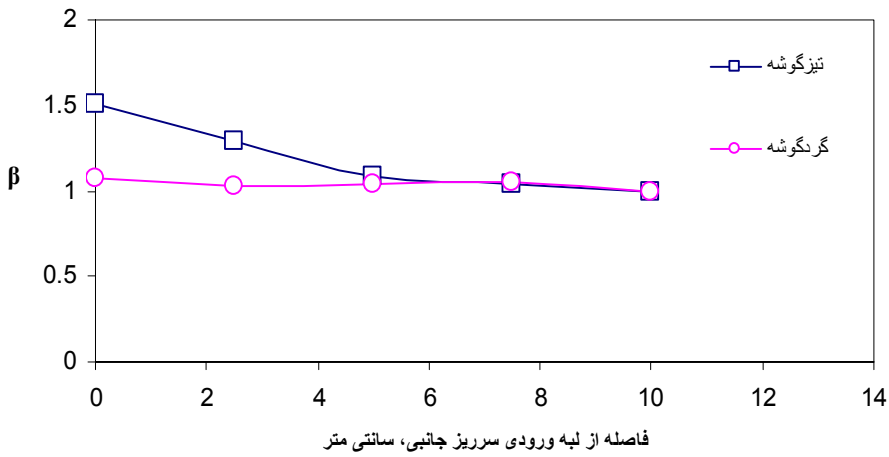
با بررسی مقادیر ضریب تصحیح مومنتوم (β) مشخص می شود که بیشترین مقدار β در ابتدای ورودی سرریز جانبی در حالت تیزگوشه برابر با $1/51$ می باشد که این مقدار در حالت گردگوشه با شعاع گردشدگی ۱۵ سانتی متر به $1/07$ می رسد و به ترتیب با فاصله گرفتن از لبه ورودی سرریز جانبی و روی آن این مقادیر به یک نزدیک تر شده و در نهایت در حالت

ورودی گردشده یکنواختی بیشتری ایجاد می گردد.

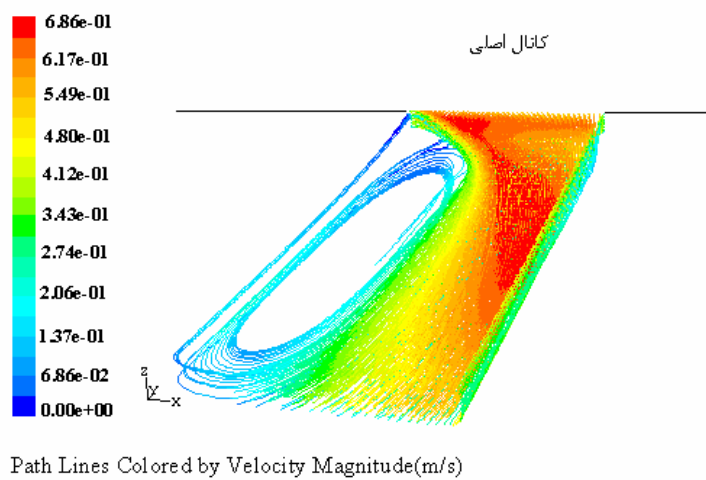
همان طور که در شکل های ۴ و ۵ مشاهده می شود در حالت ورودی گردگوشه مقادیر ضرایب α و β در تمام مقاطع موجود بر روی سرریز بسیار نزدیک به عدد ۱ می باشد. اما در حالت تیزگوشه در مقطع ورودی مقادیر α و β زیاد شده و به تدریج در طول سرریز جریان یکنواخت تر گردیده و این مقادیر به عدد ۱ نزدیک تر شده اند. در واقع هر چه به لبه انتهایی سرریز نزدیک تر شویم مقادیر α و β به عدد ۱ نزدیک تر می شود. در حالت کلی مقایسه ضرایب α و β در لبه ورودی سرریز جانبی برای دو حالت تیزگوشه و گردگوشه نشان دهنده یکنواختی بیشتر جریان در حالت گردگوشه نسبت به تیزگوشه می باشد. به منظور مقایسه نتایج آزمایشگاهی با استفاده از نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی تمامی حالت های آزمایشگاهی شبیه سازی گردید که پاره ای از نتایج آن در ادامه ارائه گردیده است. همان طور که در شکل های ۶ و ۷ مشاهده می شود، مسیر جریان در ابتدای ورودی سرریز جانبی در حالت سه بعدی توسط نرم افزار و با استفاده از معادلات آشفنگی ($k-\epsilon$) ترسیم گردیده است که به وضوح کاهش میزان جریان های چرخشی در حالت گردگوشه در مقایسه با حالت تیزگوشه نمایان است و همان طور که روشن است با توجه به خطوط مسیر جریان در حالت سه بعدی در ابتدای ورودی سرریز جانبی در حالت تیزگوشه حجم عمده ای از جریان در تشکیل جریان های چرخشی غیرمؤثر در آنگیری نقش داشته که این میزان در حالت گردگوشه به کمتر از نصف، نسبت به حالت تیزگوشه کاهش می یابد هم چنین توزیع سرعت در حالت گردگوشه از یکنواختی بیشتری نسبت به حالت تیزگوشه برخوردار می باشد. با استفاده از مقادیر به دست آمده از نرم افزار Fluent در حالت دو بعدی مقایسه ای از نظر میزان تنش برشی وارد بر دیواره های داخلی و خارجی سرریز جانبی در حالت های ورودی تیزگوشه و گردگوشه انجام گرفته است که نتایج آن در شکل های ۸ و ۹ ارائه گردیده است. آنالیز نمودارهای تنش برشی وارد بر دیواره های خارجی و داخلی مؤید کاهش میزان



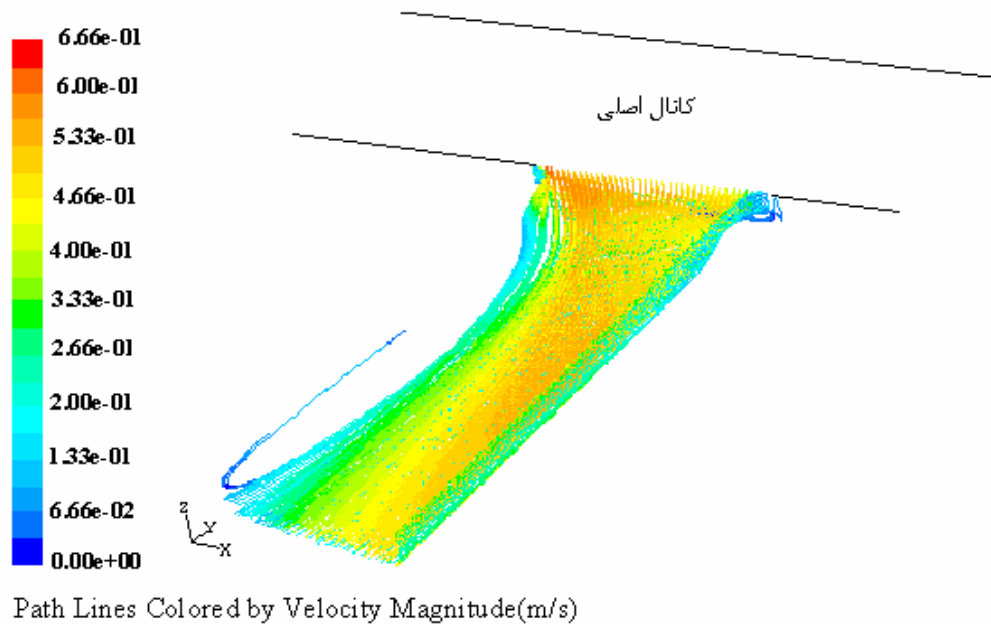
شکل ۴. تغییرات ضرایب انرژی جنبشی در طول سرریز جانبی



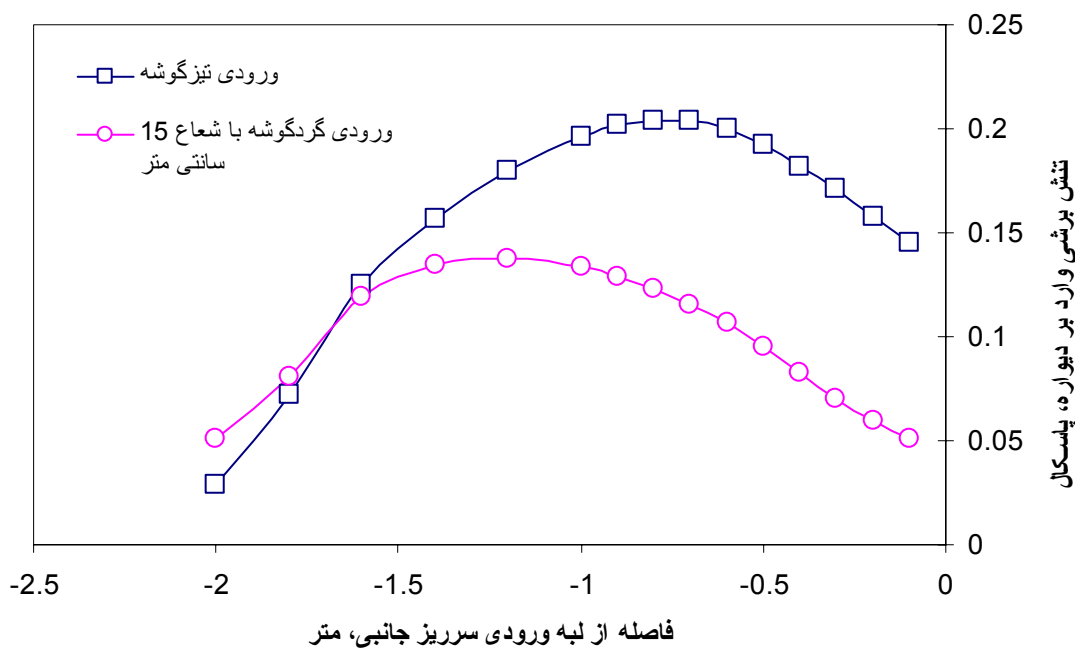
شکل ۵. تغییرات ضرایب مومنتوم در طول سرریز جانبی



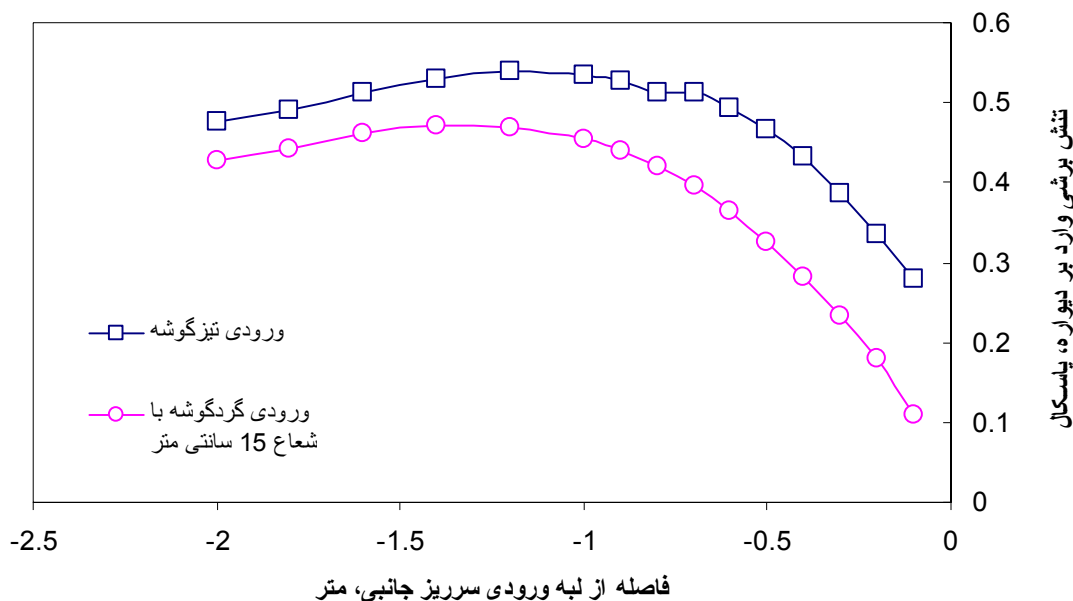
شکل ۶. مسیر جریان با توجه به اندازه‌های سرعت در ابتدای ورودی سرریز جانبی در حالت تیزگوشه



شکل ۷. مسیر جریان با توجه به اندازه‌های سرعت در ابتدای ورودی سرریز جانبی در حالت گردگوشه



شکل ۸. نمودار مقایسه تنش برشی وارد بر دیواره داخلی



شکل ۹. نمودار مقایسه تنش برشی وارد بر دیواره خارج

راندمان آبیگری می شود کاسته و جدانشدگی جریان نیز در این منطقه کاهش می یابد. هم چنین مقایسه مقادیر ضرایب تصحیح انرژی جنبشی و مومنتوم (α و β) در حالت ورودی گردگوشه و تیزگوشه نشان می دهد در حالت گردگوشه مقادیر α و β در لبه ورودی سرریز جانبی به عدد یک نزدیکتر و در واقع شرایط افزایش یک نواختی جریان فراهم می شود. هم چنین مطالعات روی توزیع تنش برشی نیز در حالت ورودی گردگوشه بیانگر یک نواختی بیشتر این پارامتر است. هم چنین مقایسه نتایج آزمایشگاهی و حل عددی هر دو بیانگر این مطلب هستند که با گردگوشه کردن لبه های ورودی سرریز جانبی جدانشدگی جریان در لبه های ورودی سرریز جانبی کمتر شده و در واقع از میزان جریان های چرخشی که جریان های غیرمؤثر کاسته می گردد. بنابراین در نهایت نتیجه می گردد که با گرد کردن لبه های ورودی سرریز جانبی راندمان آبیگری یا میزان آبیگری در طول واحد و درصد جریان عبوری از سرریز افزایش می یابد که این نتیجه می تواند شرایطی ایجاد نماید در صورتی که با محدودیت مکانی روبرو هستیم ضمن کاهش هزینه های اجرایی شرایط بهتری برای عبور جریان فراهم نماییم.

تنش برشی وارد بر دیواره های داخلی و خارجی حالت گردگوشه با شعاع گردشدگی ۱۵ سانتی متر می باشد که به عنوان نمونه با حالت تیزگوشه نیز مقایسه گردیده است. بررسی و مقایسه حل عددی با نتایج آزمایشگاهی هر دو نشان دهنده این امر است که با گردگوشه کردن لبه های ورودی سرریز جانبی به میزان قابل توجهی از جدانشدگی جریان در لبه ورودی سرریز جانبی کاسته گردیده و در نهایت آبیگری افزایش می یابد. بنابراین باتوجه به نتایج برگرفته از نرم افزار Fluent و هم چنین داده های آزمایشگاهی، گردشدگی در ورودی سرریزهای جانبی لبه پهن می تواند به عنوان راه کاری جهت افزایش راندمان آبیگری و کاهش هزینه های اجرایی به خصوص در مواقعی که مشکلات ناشی از عدم تخصیص مکان لازم جهت افزایش طول سرریز وجود داشته باشد مفید و راهگشا باشد.

نتیجه گیری

مقایسه الگوی جریان در سرریز جانبی با ورودی گردگوشه و تیزگوشه نشان می دهد با گرد کردن لبه های ورودی سرریز جانبی از میزان جریان های چرخشی غیر مؤثر که باعث کاهش

منابع مورد استفاده

۱. حبیبی، ل. و ع. ر. کشاورزی ۱۳۸۵. تعیین زاویه بهینه آبگیر جانبی به وسیله آنالیز جداشدگی جریان، در کانال اصلی با انتهای بسته (Dam Intake). مجموعه مقالات هفتمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه، بهمن ماه ۱۳۸۵، صفحات ۱-۱۰.
۲. فرارویی، م. ۱۳۷۹. بررسی هیدرولیک جریان و اصلاح ضریب تخلیه سرریز جانبی تحت تأثیر شیب دیواره در بالادست. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز.
۳. هنر، ت.، م. جوان و ع. ر. کشاورزی ۱۳۸۱. بررسی ضریب تخلیه سرریزهای جانبی مایل در کانال‌های مستطیلی غیر منشوری. مجله علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی ۶(۳): ۶۳-۷۵.
4. Cosar, A. and H. Agaccioglu. 2004. Discharge coefficient of a triangular side-weir located on a curved channel. J. Irrig. and Drain. Eng. ASCE 130(5):410-423.
5. Colling, V. K 1957. The discharge capacity of side weirs. Proceedings Institute of Civil Engineers, London, England, No. 6, PP. 288-304.
6. Hager, W. H. 1994. Supercritical flow in circular-shaped side weirs. J. Irrig. and Drain. Eng., ASCE 120(1):1-12.
7. Muslu, Y. 2002. Lateral weir flow model using a curve fitting analysis. J. Hydraul. Eng. ASCE 128(7):712-715.
8. Subramanya, K. and S. C. Awasthy. 1972. Spatially varied flow over side weirs. J. Hydraul. ASCE 98(1): 1-10.
9. Uymaz, A. 1982. Theoretical and experimental investigations of flow over side weirs. PhD.Thesis, Istanbul Technol. Univ., Istanbul, Turkey. (Sited in Uymaz, 1997).