

بررسی ماهیت آشوبناکی جریان در بالادست و پایین‌دست مخزن سد زاینده‌رود با استفاده از معیارهای سیستم‌های آشوبناک

مهسا بوستانی، سید فرهاد موسوی، حجت کرمی و سعید فرزین^{*۱}

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۵/۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۳/۹)

چکیده

دبی جریان رودخانه‌ها از جمله عوامل تأثیرگذار بر بهره‌برداری منابع آب و طراحی سازه‌های هیدرولیکی از جمله سدها بوده که مطالعه آن از اهمیت بالایی برخوردار است. عوامل متعدد تأثیرگذار بر این پدیده غیرخطی باعث شده که دبی جریان، تصادفی فرض شود. بنا بر اصول نظریه آشوب، سیستم‌های به ظاهر تصادفی و بی‌نظم دارای الگوی منظم و قابل پیش‌بینی هستند. در این پژوهش، با استفاده از روش‌های ترسیم فضای فاز، بُعد همبستگی، بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف و توان طیف فوریه، دبی رودخانه زاینده‌رود از دیدگاه نظریه آشوب طی ۴۳ سال (۱۳۵۰ تا ۱۳۹۲) بررسی و تحلیل شده است. بر اساس نتایج، مقدار غیر صحیح بُعد همبستگی برای ایستگاه‌های اسکندری و قلعه شاهرخ (به ترتیب ۳/۳۴ و ۳/۶)، حاکی از رفتار آشوبناک دبی جریان در بالادست مخزن سد زاینده‌رود است. از سوی دیگر، در ایستگاه سد تنظیمی، نمودار بُعد همبستگی نسبت به بُعد محاط، سیر صعودی دارد که مبین تصادفی بودن سری زمانی مورد مطالعه در پایین‌دست مخزن سد زاینده‌رود است. شیب نمودارهای نمای لیاپانوف که نشان‌دهنده حساسیت به شرایط اولیه سیستم است، برای ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی به ترتیب برابر ۰/۰۱۴، ۰/۰۱۷ و ۰/۰۱۹۲ و افق پیش‌بینی قابل اعتماد در ایستگاه‌های آشوبناک به ترتیب برابر با ۹۶ و ۵۹ روز به‌دست آمد. واکاوی غیرتناوبی بودن سری‌های زمانی نیز با استفاده از آنالیز توان طیف فوریه انجام شد. پهنای وسیع باند، افزون بر شاخص‌های دیگر، بر صحت آشوبناکی دبی رودخانه در ایستگاه‌های بالادست مخزن سد زاینده‌رود دلالت دارد.

واژه‌های کلیدی: مخزن سد زاینده‌رود، ایستگاه هیدرومتری، فضای فاز، بُعد همبستگی، توان طیفی فوریه، افق پیش‌بینی

۱. گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان

*: مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: saeed.farzin@semnan.ac.ir

مقدمه

یک سیستم دینامیک ریاضی می‌تواند یک مدل ساده شده با رفتاری وابسته به زمان از یک سیستم واقعی باشد. به همین ترتیب، رفتار نامنظم، رفتاری است که نتوان آن را در قالب تکرارهای منظم از یک متغیر توصیف کرد. به عبارت دیگر، رفتار نامنظم هرگز تکرار نمی‌شود و ادامه این رفتار نوعی واکنش به آشفتگی‌های کوچک است. بر این اساس، نظریه آشوب با این فرض که در هر بی‌نظمی، نظم نهفته است، توسط ادوارد لورنز در سال ۱۹۶۵ معرفی شد. مطابق این نظریه، نباید نظم را تنها در یک مقیاس جستجو کرد. پدیده‌ای که در مقیاس محلی کاملاً تصادفی و غیر قابل پیش‌بینی به نظر می‌رسد ممکن است در مقیاس بزرگ‌تر، کاملاً پایدار و قابل پیش‌بینی باشد (۱۱). بدین ترتیب، گروهی از دانشمندان به‌جای آنکه تغییرات در الگوهای رفتاری سیستم به‌ازای تغییر کوچک در شرایط اولیه را به موضوع اغتشاش و اثرات نویز از محیط روی سیستم ربط دهند، به ماهیت رفتار دینامیک پویای غیرخطی و درون سیستم مربوط دانستند. یافته‌های لورنز، موجی را برای گسترش تحقیق در مورد ماهیت آشوب به راه انداخت. امروزه، نظریه آشوب کاربردهای رو به توسعه‌ای در مدل‌سازی پدیده‌های طبیعی در علوم مختلف مانند هواشناسی، زمین‌شناسی، اقیانوس‌شناسی و هیدرولوژی یافته است. تحلیل و بررسی حالت دینامیک سری زمانی دبی جریان رودخانه‌ها می‌تواند برای انتخاب بهتر مدل‌های مناسب برای شبیه‌سازی یا پیش‌بینی آن مورد استفاده قرار گیرد. مطالعات اخیر نشان داده که ساختارهای دینامیک فرایندهای ظاهراً پیچیده، از قبیل تغییرات جریان رودخانه، می‌توانند با استفاده از مدل‌های آشوبناک قطعی غیرخطی بهتر از مدل‌های تصادفی قابل فهم باشند. زیرا نظریه آشوب می‌تواند برای سیستم‌های شدیداً خطی شود. همچنین، قابلیت محاسبه و کشف تمام پارامترهای دینامیک مهم سیستم و اطلاعات و روابط سیستم را بدون نیاز به روابط تحت دینامیک دارا است (۲۰).

بنا به اهمیت موضوع، تاکنون تحقیقات چندی انجام شده

است که برخی از آنها به شرح زیر است. پژوهشگرانی مانند جایاواردنا و لی (۷) پس از تحقیق روی جریان ۲۰ ساله یک رودخانه در هنگ‌کنگ، به‌وجود آشوب در آن پی بردند. همچنین، به مقایسه پیش‌بینی با مدل آریمما و تئوری آشوب پرداختند که تئوری آشوب نتایج بهتری نسبت به مدل قدیمی‌تر آریمما داشت. ریگوندا و همکاران (۱۴) به بررسی داده‌های دبی جریان سه رودخانه از نظر آشوبی بودن پرداختند. بعد همبستگی این سه رودخانه به‌عنوان شاخص رفتار آشوبی و تصادفی تحلیل شد. نتایج دو رودخانه آشوبی و یک رودخانه تصادفی به‌دست آمد. آنها همچنین به این نتیجه رسیدند که رفتار دینامیک با افزایش مقیاس زمانی از روزانه تا هفتگی، از حالت قطعی به تصادفی تغییر می‌یابد. سیواکومار و همکاران (۱۸) تحلیل‌های آشوبی جریان رودخانه را روی نواحی جغرافیایی مختلف با شرایط آب و هوایی و اندازه حوضه متفاوت انجام دادند. برخی رودخانه‌ها رفتار تصادفی از خود نشان دادند. بنابراین، به این نتیجه رسیدند که امکان تعمیم نتایج یک منطقه به منطقه دیگر وجود ندارد. شفاقیان و طالب بیدختی (۱۵) با استفاده از بعد همبستگی به مقایسه رفتار آشوبی در مقابل رفتار تصادفی رودخانه آنکوپاگر در ایالات متحده آمریکا پرداختند. نتایج آنها نشان داد که در مقیاس‌های زمانی کوچک (دقیقه‌ای، ساعتی و تا حدی روزانه) رفتار جریان به‌صورت آشوبی بوده است، در حالی که در مقیاس‌های زمانی بزرگ‌تر (هفتگی)، جریان رفتاری کاملاً تصادفی از خود نشان می‌دهد. دلیل آن احتمالاً به‌خاطر تعدد پارامترهای مؤثر بر پدیده در مقیاس‌های بزرگ‌تر نسبت به مقیاس‌های کوچک‌تر است. نتایج، بعد همبستگی کم (۲/۴) و مقدار بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف مثبت (۰/۰۰۶۱) را نشان داد که هر دو نشان‌دهنده آشوبی بودن سری جریان است. انیس حسینی و ذاکر مشفق (۳) با استفاده از شاخص بعد همبستگی و توان لیاپانوف به بررسی سری زمانی دبی روزانه رودخانه کشکان پرداختند. آنها بعد همبستگی را برابر ۳/۴ محاسبه کردند. آنها به‌جای در نظر گرفتن اولین کمینه موضعی تابع اطلاعات متقابل، زمان وقوع کمترین مقدار تابع

جدول ۱. مشخصات آماری دبی جریان روزانه حوضه

مشخصات دبی	ایستگاه اسکندری	ایستگاه قلعه شاهرخ	ایستگاه سد تنظیمی
تعداد داده	۱۵۳۴۰	۱۵۳۴۰	۱۵۳۴۰
میانگین (m^3/s)	۴/۲۶	۳۹/۰۹	۴۳/۲۳
انحراف معیار (m^3/s)	۵/۹۰	۳۹/۷۲	۲۸/۶۲
مقدار بیشینه (m^3/s)	۱۰۵	۹۷۴	۳۰۷
مقدار کمینه (m^3/s)	۰	۰/۴	۰/۵۳
چولگی	۴/۰۱	۳/۷۰	۱/۳۷

اطلاعات متقابل، را به عنوان زمان تأخیر بهینه انتخاب کردند. ادب و همکاران (۲) به بررسی رفتار آشوبی جریان در رودخانه کارون پرداختند. نتایج آنها با استفاده از بُعد همبستگی و نمای لیاپانوف نشان دهنده روند آشوبی در مقیاس کوتاه مدت روزانه در بالادست بند قیر است. اما در پایین دست بند، رفتار کاملاً تصادفی مشاهده شد. علت آن وجود بند است که باعث به هم ریختن سیستم آشوبی در پایین دست شده است.

با توجه به بررسی های انجام شده، پژوهشگران معمولاً از یک یا دو شاخص برای تعیین آشوبی بودن سری زمانی دبی رودخانه ها استفاده می کنند. از سوی دیگر، دبی رودخانه زاینده رود به عنوان یکی از مهم ترین رودخانه های منطقه مرکزی ایران، تاکنون با استفاده از این نظریه بررسی قرار شده است. در مطالعه حاضر، سعی شده است تا علاوه بر تحلیل و بررسی رفتار دبی جریان در بالادست و پایین دست مخزن سد زاینده رود، با استفاده از پارامترهای مختلف برای تشخیص آشوبناکی، به مطالعه جامع تر رفتار سیستم از دیدگاه نظریه آشوب و نقاط قوت و ضعف این پارامترها پرداخته شود.

مواد و روش ها

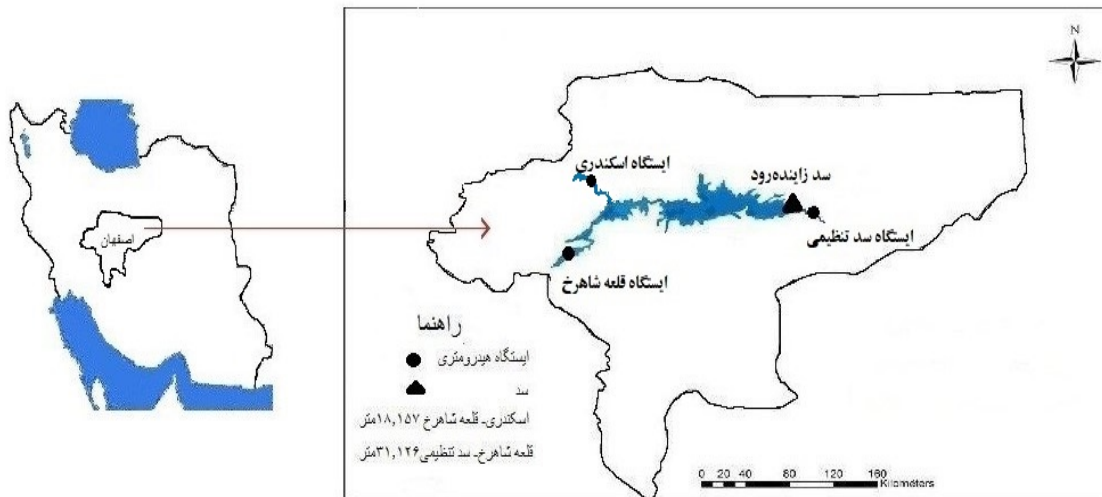
موقعیت جغرافیایی منطقه

رودخانه زاینده رود یکی از مهم ترین رودخانه های فلات مرکزی ایران محسوب می شود که حوضه آبخیز زاینده رود را زهکش کرده و به تالاب گاوخونی ختم می شود. مخزن سد زاینده رود با مساحتی بالغ بر ۴۸ کیلومتر مربع در ۱۱۰ کیلومتری غرب شهر

اصفهان، بین طول های جغرافیایی $50^{\circ} 36' 4''$ و $50^{\circ} 44' 18''$ شرقی و عرض های جغرافیایی $32^{\circ} 43' 5''$ و $32^{\circ} 43' 34''$ شمالی واقع شده است. به منظور بررسی سری زمانی جریان رودخانه ها در حوضه زاینده رود، اطلاعات لازم از سازمان آب منطقه ای استان اصفهان برای سه ایستگاه اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی طی یک دوره آماری ۴۳ ساله (از سال ۱۳۵۰ تا ۱۳۹۲) اخذ شده است. ویژگی های کلی دبی رودخانه در این سه ایستگاه در جدول (۱) ارائه شده است. قسمت بالادست سد زاینده رود دارای دو ایستگاه آب سنجی ورودی است: نخست، ایستگاه اسکندری که جریان آب ورودی از طریق تونل های خدنگستان، چشمه لنگان و رودخانه پلاسجان از منطقه فریدن را اندازه گیری می کند و همچنین ایستگاه قلعه شاهرخ که میزان آب ورودی به سد از استان چهارمحال و بختیاری را اندازه گیری می کند. در پایین دست سد زاینده رود نیز تعدادی ایستگاه آب سنجی برای اندازه گیری جریان آب رودخانه احداث شده اند، از جمله ایستگاه آب سنجی سد تنظیمی - انحرافی زاینده رود که جریان ورودی به استان اصفهان را اندازه گیری می کند. موقعیت جغرافیایی ایستگاه های اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی در شکل (۱) آورده شده است.

محاسبه زمان تأخیر بهینه به روش میانگین اطلاعات متقابل

فاصله زمانی بین دو مؤلفه در بردارهای تأخیر، زمان تأخیر (τ) است. به عبارت دیگر، زمان تأخیر، حداقل دوره زمانی است که خصوصیات پدیده مورد مطالعه در آن بروز می کند و قابل



شکل ۱. موقعیت محزن سد زاینده‌رود و ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی

$$A(t, \tau) = \log \left[\frac{p(x_t, x_{t-\tau})}{p(x_t) \times p(x_{t-\tau})} \right] \quad (2)$$

و $p(x_t, x_{t-\tau})$ احتمال مشاهده x_t است، مشروط به اینکه مشاهده قبلی $x_{t-\tau}$ باشد. در ادامه، مقدار τ مربوط به اولین کمینه حاصل از محاسبات مربوط به این تابع، به‌عنوان تخمینی مناسب برای زمان تأخیر در نظر گرفته می‌شود (۱).

تعیین بُعد محاط به روش نزدیک‌ترین همسایه کاذب

به‌منظور ادامه مراحل پژوهش، نیاز به محاسبه بُعد محاط سیستم است و برای محاسبه بُعد محاط مناسب نیز روش‌های مختلفی ارائه شده است. از آن جمله، می‌توان به استفاده از شیوه شمارش نزدیک‌ترین همسایه‌های کاذب و استفاده از توان همبستگی اشاره کرد. در این تحقیق، شیوه شمارش نزدیک‌ترین همسایه‌های کاذب به‌عنوان روشی کارآمد استفاده شده است (۵). در این روش، در یک فضای m بُعدی، با در نظر گرفتن

بردار $Y_r^n(t)$ به‌عنوان r امین همسایه بردار تأخیر $Y_1(t)$ خواهیم داشت:

$$Y_1(t) = [x(t), x(t+x), \dots, x(t+(m-1)\tau)] \quad (3)$$

$$Y_r^n(t) = [x(t_r), x(t_r + \tau), \dots, x(t_r + (m-1)\tau)] \quad (4)$$

فاصله بین دو بردار همسایه بر اساس نرم اقلیدسی به‌صورت رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

بررسی است. اگر τ بسیار کوچک انتخاب شود، بردارهای تأخیر بسیار به هم وابسته خواهند بود. به‌نحوی که تمام نقاط حول محور قطری فضای حالت قرار خواهند گرفت و باعث از دست رفتن مشخصات ساختار جاذب خواهند شد. از طرف دیگر، اگر مقدار τ بسیار بزرگ انتخاب شود، بردارهای تأخیر به‌طور دینامیک غیرهمبسته بوده و در این حالت، فضای حالت بازسازی شده بسیار پیچیده خواهد بود؛ حتی اگر جاذب واقعی سیستم ساده باشد (۴). به‌منظور تعیین زمان تأخیر یک سری زمانی می‌توان از روش‌های میانگین اطلاعات متقابل، تابع خودهمبستگی و انتگرال همبستگی استفاده کرد. در این بین، روش میانگین اطلاعات متقابل، مناسب‌ترین روش برای تعیین زمان تأخیر شناخته شده است. زیرا برخلاف روش تابع خودهمبستگی، خصوصیات خطی سری زمانی را در نظر نمی‌گیرد و به‌علاوه بر عکس روش انتگرال همبستگی، به داده‌های فراوان نیاز ندارد (۱۰).

به این منظور، بردارهای حالت x_t و $x_{(t-\tau)}$ را در نظر گرفته، آن‌گاه تابع میانگین اطلاعات متقابل $I(\tau)$ تشکیل داده می‌شود. این تابع در مورد سری زمانی به‌صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$I(\tau) = \sum_{x_t, x_{t-\tau}} P(x_t, x_{t-\tau}) \cdot A(t, \tau) \quad (1)$$

که در آن

فضای بازسازی شده بود. به صورتی که این نگاشت یک به یک بوده و تمام اطلاعات سیستم را حفظ کند که این مفهوم محاط است. فضای حالت سری های زمانی را می توان به روش تیکن ترسیم کرد.

برای سری های زمانی اسکالر که $t=1,2,3,\dots$ فضای حالت می تواند با استفاده از تأخیرها ایجاد شود. تکنیک متداول ارائه شده توسط تیکن، از روش تأخیر برای نگاشتن یک سری زمانی واحد در یک فضای d بعدی استفاده می کند. روش تیکن به بیان ساده به این صورت است که شبکه ای به طول d از روی سری زمانی عبور داده می شود و به این ترتیب یک ماتریس با تعداد سطرها برابر d تشکیل می یابد. برای سری زمانی داریم:

$$x(t) = (x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_j, \dots) \quad (8)$$

ماتریس بازسازی خط به فرم رابطه (9) است:

$$x = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & \dots & x_{m-1} \\ x_0 & x_1 & x_2 & \dots & x_m \\ x_0 & x_1 & x_2 & \dots & x_{m+1} \\ \vdots & & & & \end{bmatrix} \quad (9)$$

تیکن نشان داده که چنین ماتریسی کلیه ویژگی های هندسی سیستم دینامیک اولیه را بیان می کند. بنابراین، جاذب بازسازی شده (Y_j) به صورت رابطه (10) خواهد بود:

$$Y_j = (X_j, X_{j+\tau}, X_{j+2\tau}, \dots, X_{j+(m-1)\tau}) \quad (10)$$

که در آن m بُعد برداری Y_j ، τ زمان تأخیر و $j=1,2,\dots,N-(m-1)\tau$ است. اگر زمان تأخیر در مقایسه با مقیاس های زمانی مربوط به ذات سیستم کوچک انتخاب شود، $x(t)$ و $x(t+\tau)$ به هم نزدیک و وابسته اند (13). بنابراین، تمام بردارهای تأخیر در حوالی محور قطری فضا متمرکز می شوند. از طرف دیگر، اگر زمان تأخیر بزرگ انتخاب شود، $x(t)$ و $x(t+\tau)$ مستقل از هم خواهند بود.

تعیین دامنه آشوبناکی توسط بُعد همبستگی

آنالیز تابع همبستگی، که روش بُعد همبستگی نیز شناخته می شود، یکی از شیوه هایی است که به طور گسترده برای بررسی

$$R_m^Y = \sum_{i=0}^{m-1} [x(t+i\tau) - x(t_i + i\tau)]^2 \quad (5)$$

با افزایش بُعد m به $m+1$ ، مؤلفه های اضافه شده به بردارهای تأخیر $Y_1(t)$ و $Y_1^n(t)$ ، به ترتیب $x(t_i + m\tau)$ و $x(t + m\tau)$ خواهند بود. بنابراین، فاصله بین دو بردار بر اساس نرم اقلیدسی در فضای $m+1$ بعدی به طور مشابه به صورت رابطه (6) خواهد بود:

$$R_{m+1}^Y = R_m^Y + [x(t + m\tau) - x(t_i + m\tau)]^2 \quad (6)$$

فاصله اضافه شده در فضای $m+1$ بعدی نسبت به فاصله دو بردار در فضای m بعدی به فرم رابطه (7) خواهد بود:

$$\sqrt{\frac{R_{m+1}^Y - R_m^Y}{R_m^Y}} = \frac{|x(t + m\tau) - x(t_i + m\tau)|}{R_m} \quad (7)$$

هرگاه رابطه (7) از یک مقدار آستانه فراتر رود، همسایه تحت بررسی، کاذب در نظر گرفته می شود. با تعیین وضعیت همسایه ها برای هر یک از بردارهای تأخیر به ازای بُعدهای محاط متوالی، بُعد محاطی که در آن تعداد همسایه های کاذب به حدود صفر می رسد، به عنوان بُعد محاط بهینه انتخاب می شود (19).

تعیین آشوبناکی سیستم با استفاده از ترسیم فضای فاز

در بررسی ویژگی های هندسی و دینامیک یک سیستم معین می توان از فضای حالت استفاده کرد. اما در بعضی مواقع نمی توان تمام متغیرهای سیستم را اندازه گیری کرد و فقط سری اسکالر از مشاهدات سیستم در دسترس است. رفتار چنین سیستم هایی به طور مستقیم قابل تشخیص نیست و برای مطالعه آن می توان از نمودار فضای حالت استفاده کرد. بنابراین، یکی از مهم ترین گام ها در بررسی سری های زمانی حاصل از سیستم غیر خطی، بازسازی فضای فاز است.

هر نقطه روی جاذب سیستم رابطه ای یک به یک با اندازه گیری های انجام شده از متغیر دینامیک سیستم دارد و چون این نقاط نشان دهنده وضعیت سیستم در هر لحظه هستند، می توان اطلاعات یک سیستم دینامیک را به وسیله نمودار حالت توصیف کرد. بنابراین، باید به دنبال نگاشتی از جاذب سیستم به

است. برای اندازه‌گیری مقدار حساسیت سیستم مورد بررسی نسبت به شرایط اولیه، می‌توان از نمای لیاپانوف استفاده کرد. نماهای لیاپانوف، مقدار نماهای متوسط از واگرایی یا همگرایی مدارها در فضای فاز هستند. در روش روزنشتین، با استفاده از سری‌های زمانی، بعد از بازسازی فضای حالت مناسب، و استفاده از مقادیر τ و m ، یک نقطه Y_{n_0} را انتخاب و تمام نقاط همسایه Y_n با فاصله‌ای نزدیک‌تر از یک فاصله r از آن پیدا کرده و متوسط فاصله آنها از آن نقطه را محاسبه می‌کند. این روند برای محاسبه فاکتور کشیدگی برای N نقطه در طول مسیر تکرار می‌شود (۱۷).

$$S = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^n \ln \left[\frac{1}{|u_{Y_{n_0}}|} \sum |Y_{n_0} - Y_n| \right] \quad (14)$$

$|u_{Y_{n_0}}|$ تعداد همسایه‌های یافت شده در اطراف نقطه Y_{n_0} است. شیب قسمت خطی نمودار فاکتور کشیدگی S در برابر تعداد نقاط N یا زمان $t = N \Delta t$ ، یعنی نمودار S برحسب N یا t در بخش ابتدایی آن، نشان‌دهنده تقریب بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف است (۱۷). همچنین، با توجه به بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف به دست آمده، مقدار افق پیش‌بینی (Δt) طبق رابطه (۱۵) است:

$$(\Delta t) = \frac{1}{\lambda} \quad (15)$$

الگوریتم توصیف شده در بالا برای محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف، سریع و به‌کارگیری آن آسان است. زیرا از روش آسانی برای اندازه‌گیری میزان واگرایی نماها برخوردار است. همچنین، الگوریتم از نقطه نظر کاربردی نیز جالب است، زیرا نیاز به مجموعه بزرگی از داده‌ها ندارد (۱۶).

تحلیل طیفی سری زمانی

یکی دیگر از شاخص‌های شناسایی آشوب، توان طیفی با استفاده از آنالیز فوریه است که برای نشان دادن بسامد فراز و نشیب‌های زمانی متغیرهای پویا، به دست می‌آید. برای داده‌های تناوبی، این شاخص در بسامدهایی که معرف سیستم هستند حالتی میخی شکل داشته و در بقیه بسامدها در نزدیکی صفر

وجود یا نبود آشوب در سری‌های زمانی استفاده می‌شود. از میان تعداد زیادی الگوریتم‌های موجود برای محاسبه تابع همبستگی، الگوریتم گراسبرگر- پروکاشیا به‌طور معمول بیش از دیگر روش‌ها استفاده می‌شود (۱۲). برای فضای فاز m بُعدی، تابع همبستگی $C(r)$ به‌صورت رابطه (۱۱) است:

$$C(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i,j}^{1 \leq i < j \leq n} H(r - |Y_i - Y_j|) \quad (11)$$

که در آن، H تابع هویساید پله‌ای با $H(u) = 1$ برای $u > 0$ و $H(u) = 0$ برای $u \leq 0$ ، $u = r - |Y_i - Y_j|$ ، تعداد نقاط در فضای مزبور و r شعاع کره به مرکز Y_i یا Y_j است. $|Y_i - Y_j|$ فاصله بین بردار تأخیر m بُعدی به دست آمده از معادله (۱۱) است. چنانچه سری زمانی به‌وسیله یک جاذب توصیف شود، انتگرال همبستگی $C(r)$ با شعاع r به فرم رابطه (۱۲) وابسته می‌شود:

$$C(r)_{r \rightarrow \infty} \approx \alpha r^v \quad (12)$$

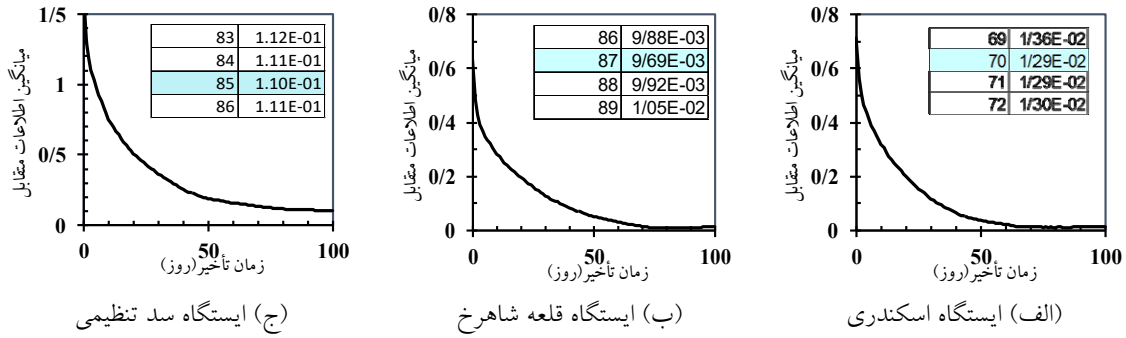
در این رابطه α ، یک مقدار ثابت بوده و v توان همبستگی یا شیب منحنی $\log C(r)$ در مقابل $\log(r)$ است که نشان‌دهنده میزان انحراف یک سری زمانی از حالت تصادفی است و به‌صورت رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود:

$$v = \lim_{\substack{r \rightarrow \infty \\ n \rightarrow \infty}} \frac{\log C(r)}{\log(r)} \quad (13)$$

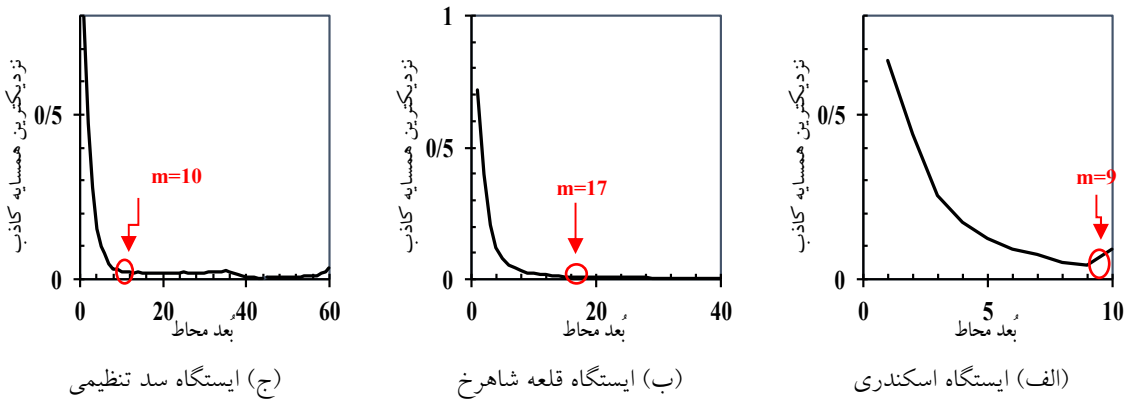
به‌طور کلی، شیب به‌وسیله برازش یک خط مستقیم با روش حداقل مربعات داخل یک ناحیه معین، به نام ناحیه مقیاس‌گذاری، برآورد می‌شود. اگر توان همبستگی با افزایش بُعد محاط به مقدار اشباع برسد، پس به‌طور کلی سیستم دارای دینامیک آشوبناک است. مقدار اشباع از توان همبستگی به‌عنوان بُعد همبستگی (d) تعریف می‌شود. از سوی دیگر، اگر با افزایش بُعد محاط، توان همبستگی بدون محدودیت زیاد شود، سیستم مورد مطالعه را تصادفی گویند (۵، ۱۱ و ۱۷).

محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف و افق پیش‌بینی

یکی از شاخص‌های آشوب، حساسیت نسبت به شرایط اولیه



شکل ۲. نمودارهای زمان تأخیر مربوط به سری زمانی جریان در مقیاس روزانه



شکل ۳. نمودارهای بُعد محاط مربوط به سری زمانی جریان در مقیاس روزانه

محاط سیستم مورد بررسی در نظر گرفته می شود. نتایج حاصل از محاسبات بُعد محاط به روش نزدیک ترین همسایه کاذب در شکل (۳) نشان داده شده است.

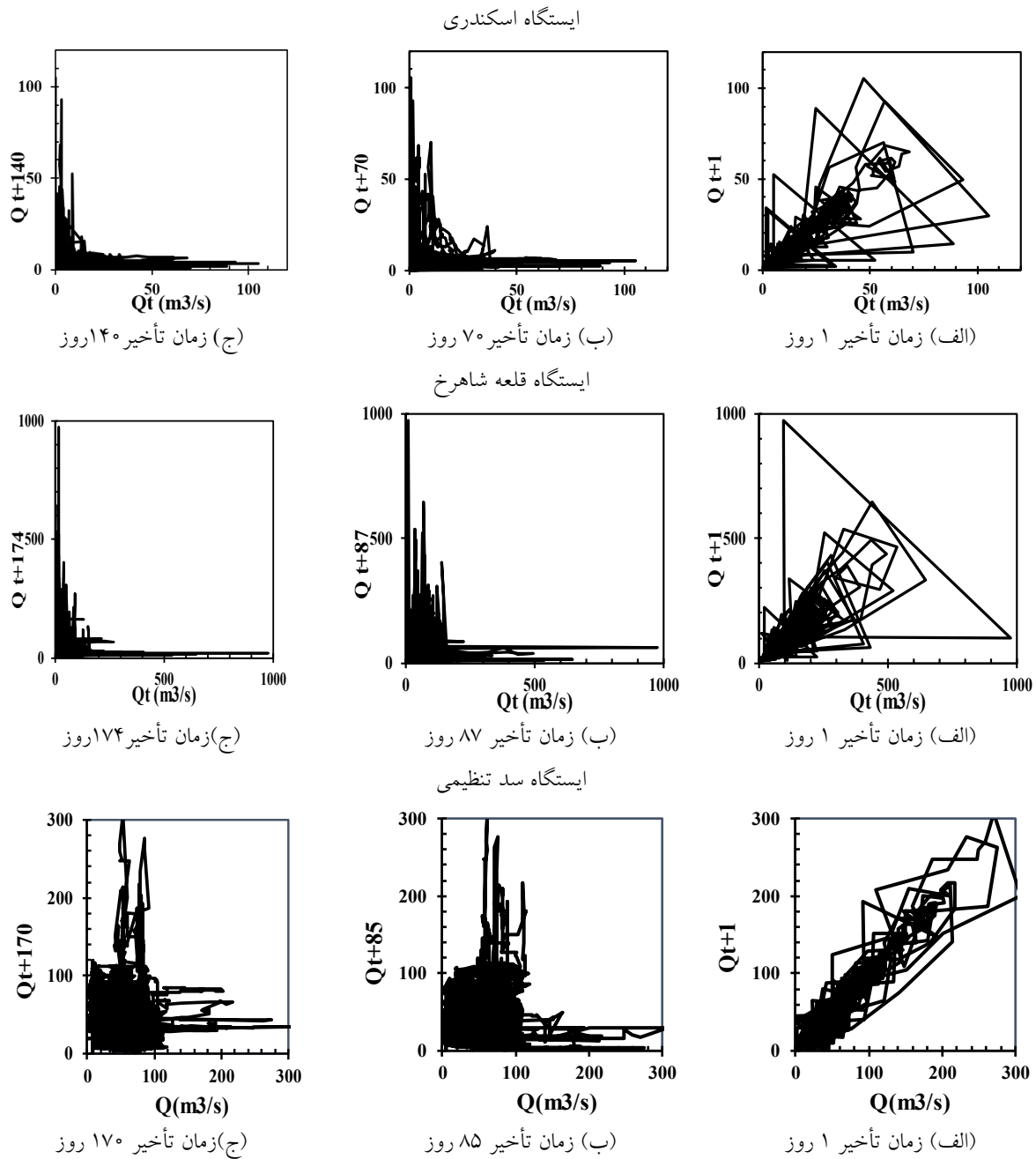
ترسیم داده های سری زمانی داخل فضای فاز، نمایش سری های زمانی را در یک حالت مکانی امکان پذیر می کند. با توجه به مقادیر زمان تأخیر به دست آمده از روش تابع اطلاعات متقابل در شکل (۲)، نمودارهای فضای فاز دو بُعدی سری زمانی جریان در مقیاس های زمانی مختلف برای ایستگاه های اسکندری و قلعه شاهرخ در شکل (۴) ترسیم شده است. در تحلیل آشوبناکی سیستم های طبیعی، یکی از اهداف اساسی این است که در یک فضای فاز بهینه، بهترین نمایش آشوبی از سیستم ایجاد شود. برای این منظور، برای هر ایستگاه، فضای فاز در سه زمان قبل و بعد از زمان تأخیر مورد نظر، زمان تأخیر بهینه به دست آمده است. بعد از محاسبه زمان تأخیر بهینه، فضای

قرار می گیرد. اما برای سیستم آشوبناک، این شاخص دارای پهنای وسیعی است (۹).

$$p(\omega) = \frac{1}{N^2} \left| \sum_{i=0}^{N-1} x(t) (\exp(-i(2\pi/N)t\omega)) \right| \quad (16)$$

نتایج و بحث

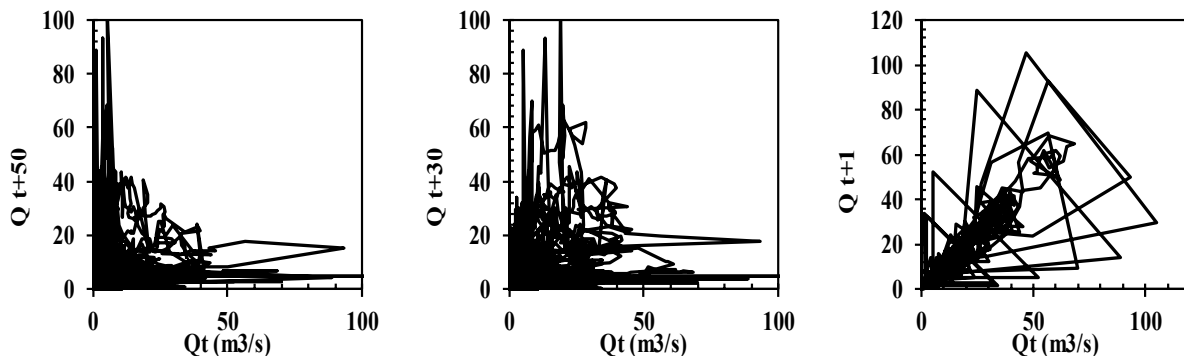
برای بررسی وجود آشوب در سری زمانی جریان، ابتدا زمان تأخیر دو ایستگاه در بالادست مخزن سد زاینده رود و یک ایستگاه در پایین دست با استفاده از روش میانگین اطلاعات متقابل محاسبه شده است (شکل ۲). در این شکل، با توجه به اولین کمینه محلی، زمان تأخیر در هر سه ایستگاه به ترتیب برابر ۷۰، ۸۷ و ۸۵ روز است. به منظور ادامه مراحل پژوهش، نیاز به محاسبه بُعد محاط سیستم است. مقدار اولین کمینه محلی نمودار بُعد محاط - نزدیک ترین همسایگی کاذب، به عنوان بُعد



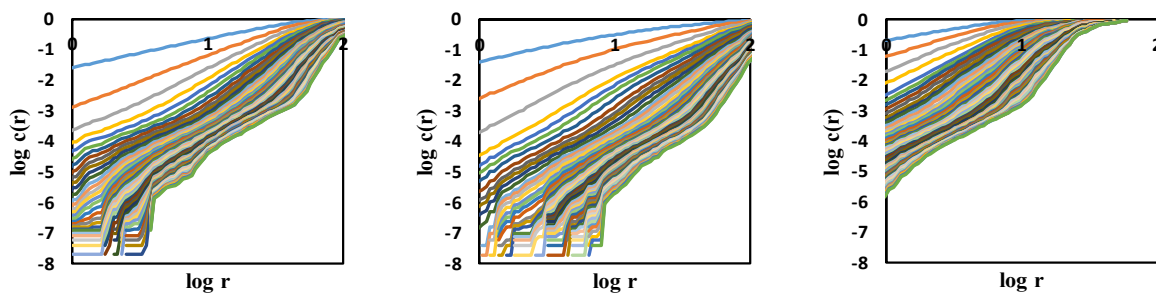
شکل ۴. نمودارهای فضای حالت جریان روزانه با زمان‌های تأخیر مختلف برای هر سه ایستگاه

روش بُعد همبستگی استفاده شده است. در شکل (۶)، تغییرات $\log c(r)$ در مقابل $\log(r)$ ترسیم شده است. این نمودار، ارتباط میان تابع همبستگی $C(r)$ و شعاع r با افزایش بُعد محاط را نشان می‌دهد. به دلیل وجود نویز در داده‌ها، به ازای مقادیر کوچک $\log(r)$ ، نوساناتی در نمودار دیده می‌شود (۵).

حالت ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل (۵) مشخص است، بردارهای تأخیر نمودارهای فضای حالت، بُعد از مناسب‌ترین زمان تأخیر به دست آمده مستقل از هم هستند. زیرا در این زمان، میزان فراگیری در مورد اندازه‌گیری $x(t+\tau)$ با استفاده از اندازه‌گیری $x(t)$ حداکثر خواهد بود. در ادامه، برای بررسی و تعیین آشوب‌پذیری داده‌ها از



شکل ۵. نمودارهای فضای حالت جریان روزانه ایستگاه اسکندری با زمان‌های تأخیر مختلف

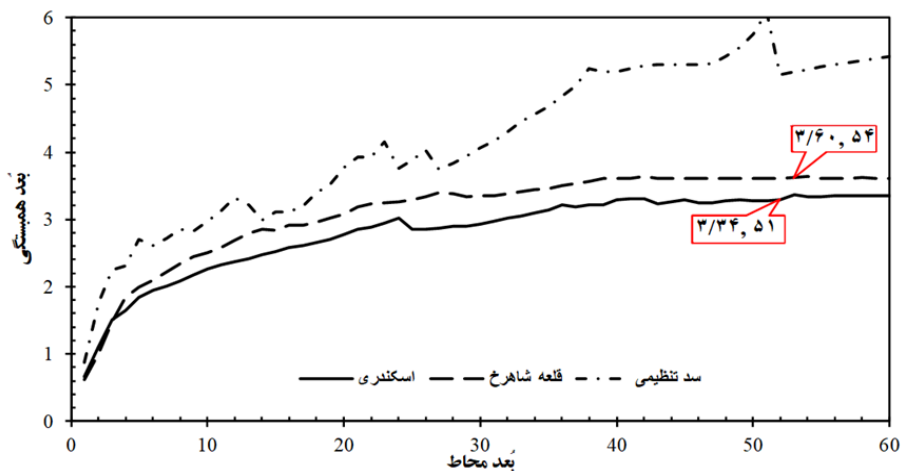


(ج) ایستگاه سد تنظیمی

(ب) ایستگاه قلعه شاهرخ

(الف) ایستگاه اسکندری

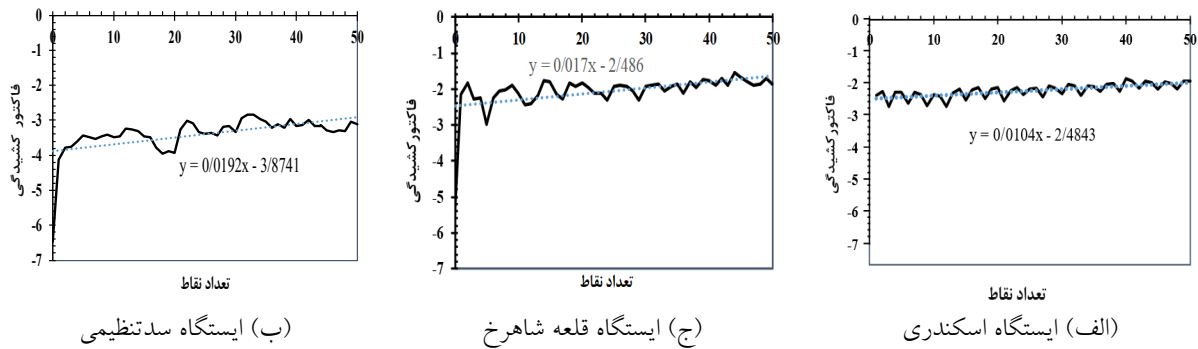
شکل ۶. نمودار $\log C(r)$ در مقابل $\log(r)$ به‌ازای ابعاد محاط ۱ تا ۶۰ برای جریان روزانه ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی



شکل ۷. بُعد همبستگی به‌ازای ابعاد محاط مختلف برای جریان روزانه در هر سه ایستگاه رودخانه زاینده‌رود

یک روند صعودی، پس از یک مقدار مشخص، به حالت اشباع در آمده است. این مقدار برابر با بُعد همبستگی است. بُعد همبستگی ایستگاه اسکندری در بُعد محاط ۵۱ شروع به اشباع شدن می‌کند و از مقدار ۳/۳۴ فراتر نمی‌رود. همچنین، در

برای تعیین بُعد همبستگی، مقادیر شیب منحنی‌ها محاسبه شده و نتایج در شکل (۷) ارائه شده است. در این شکل، مقادیر شیب به‌ازای مقادیر مختلف بُعد محاط نشان داده شده است. با توجه به شکل (۷)، بُعد همبستگی ایستگاه‌های بالادست بعد از



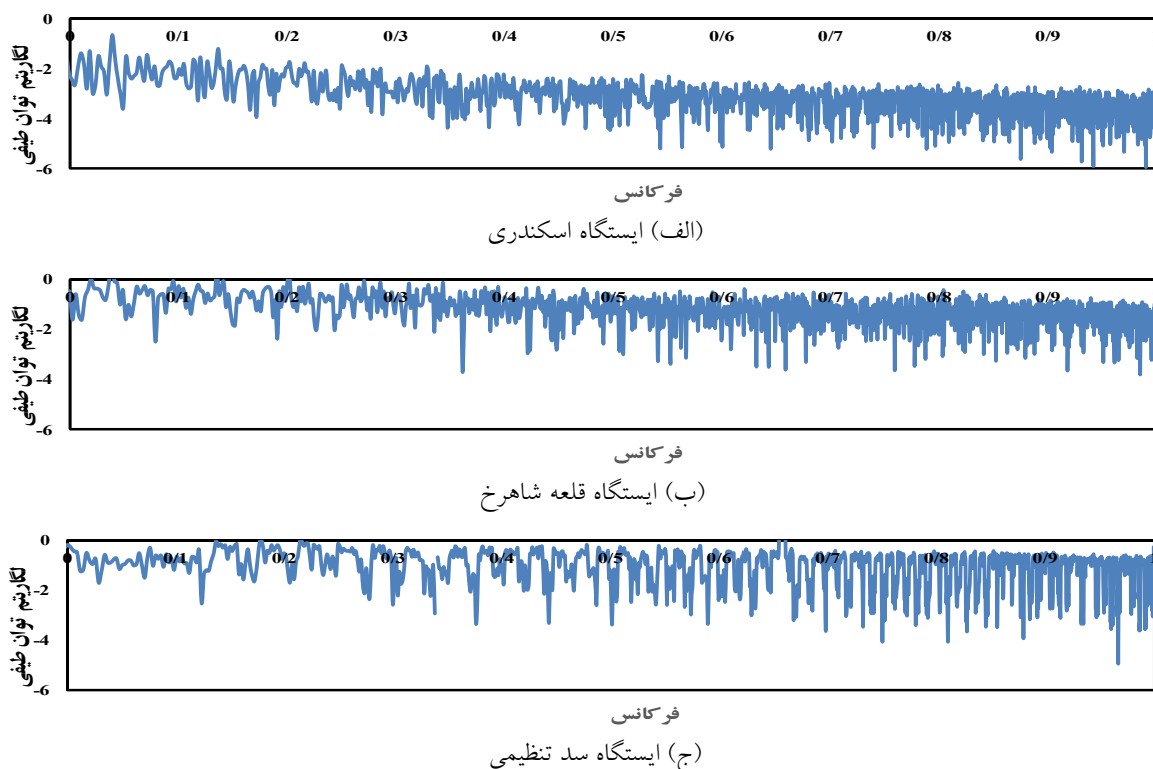
شکل ۸. محاسبه توان لیاپانوف با توجه به فاکتور کشیدگی برای سری زمانی جریان

نیست (ادب و همکاران (۲) و خطیبی و همکاران (۸) هم‌خوانی دارد. در شکل (۸)، نمودارهای توان لیاپانوف در هر سه ایستگاه ترسیم شده است. با استفاده از بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف، افق پیش‌بینی سری‌های دبی تعیین شد. افق پیش‌بینی بیانگر مدت زمانی است که سیستم رفتار دینامیک خود را حفظ می‌کند. افق پیش‌بینی برای ایستگاه‌های اسکندری و قلعه شاهرخ به ترتیب ۹۶ و ۵۹ روز به‌دست آمده است. رفتار کوتاه‌مدت سیستم غیرخطی می‌تواند به‌طور معقولی قابل پیش‌بینی باشد. اما برنامه‌ریزی بلندمدت در سیستم غیرخطی، به دلیل عدم آگاهی از رویدادهای آینده، تحت تأثیر احتمالات است. بنابراین، می‌توان با توجه به افق‌های پیش‌بینی به‌دست آمده، پیش‌بینی‌های مورد اعتماد داشت.

با استفاده از تبدیل فوریه، یک سری زمانی می‌تواند به چند موج سینوسی‌شکل تجزیه شود. تبدیل فوریه تابع خودهمبستگی، به ایجاد توان همبستگی سری زمانی مربوطه منجر می‌شود. تناوبی بودن یک سری زمانی می‌تواند نشانه‌ای از قطعی بودن آن باشد که در این صورت، آشوبناک بودن آن سری نقض می‌شود (۵). در شکل (۹)، نمودارهای توان طیفی فوریه سری زمانی دبی جریان برای هر سه ایستگاه ترسیم شده است. این توان طیفی با استفاده از آنالیز فوریه، برای نشان دادن بسامد فراز و نشیب‌های زمانی متغیرهای پویا، به‌دست می‌آید. برای داده‌های تناوبی، این شاخص در بسامدهایی که معرف سیستم هستند حالتی میخی شکل داشته و در بقیه بسامدها در نزدیکی صفر قرار می‌گیرد. اما برای سیستم‌های آشوبناک، این شاخص

ایستگاه قلعه شاهرخ، بعد همبستگی در بعد محاط ۵۴ اشباع شده و از مقدار ۳/۶ بیشتر نمی‌شود. به همین دلیل، بعد همبستگی مناسب برای جریان روزانه ایستگاه‌های اسکندری و قلعه شاهرخ به ترتیب برابر ۳/۳۴ و ۳/۶ است. اشباع شدن بعد همبستگی در مقادیر ذکر شده نشان از آشوبناک بودن دبی جریان روزانه در ایستگاه‌های بالادست دارد. همان‌طور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود، در ایستگاه سد تنظیمی، نمودار بعد همبستگی به‌ازای مقادیر مختلف محاط به‌صورت صعودی افزایش پیدا کرده است. اشباع نشدن بعد همبستگی در بعدهای محاط مختلف حاکی از تصادفی بودن جریان روزانه است. علت آن، وجود سد زاینده‌رود در چهار کیلومتری ایستگاه سد تنظیمی است که باعث به‌هم زدن روند طبیعی جریان در ایستگاه سد تنظیمی شده است. این دستاورد، با نتایج محققینی مانند ادب و همکاران (۲) و فهم‌فرد و همکاران (۶) مطابقت دارد.

در ادامه، حساسیت به شرایط اولیه سیستم با استفاده از روش توان لیاپانوف آزموده شده است. با توجه به شیب خط برازش داده شده در نمودار شکل (۸)، توان لیاپانوف برای ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی به ترتیب ۰/۰۱۰۴، ۰/۰۱۷ و ۰/۰۱۹۲ به‌دست آمده است. توان لیاپانوف مثبت محاسبه شده، نشانه‌ای از حساسیت به شرایط اولیه و وجود رفتار آشوبناک در سری زمانی جریان است. می‌توان استنباط کرد که این نما برای تعیین آشوبناکی دبی، کافی نیست. این نتیجه با نتایج مطالعات پژوهشگرانی که بیان کرده‌اند شاخص بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف شرط لازم است اما کافی



شکل ۹. نمودارهای توان طیفی فوریه برای ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی

با ۹، ۱۷ و ۱۰ به‌دست آمد. برای تشخیص آشوبی بودن سری زمانی، از مقادیر به‌دست آمده بازسازی فضای حالت استفاده شد. بسیاری از نمودارهایی که برحسب زمان هستند برای بعضی از سیستم‌های دینامیک مناسب نبوده و نمی‌توانند تکامل آنها را نشان دهند. از این‌رو، می‌توان با انتقال سری زمانی به‌صورت شی‌ای از میدان زمان به میدان فضا، اطلاعات جدیدی از آن استخراج کرد. در بالادست مخزن سد زاینده‌رود (ایستگاه‌های اسکندری و قلعه شاهرخ) نمودارهای حالت کران‌دار بوده و جاذب دیده می‌شود که مبین الگوی منظم جریان آشوبی است. اما در پایین‌دست مخزن، الگوی نظم جریان مشاهده نمی‌شود و حاکی از تصادفی بودن سری زمانی جریان ایستگاه سد تنظیمی است. از نتایج بُعد همبستگی به‌عنوان شاخصی برای تمایز رفتار آشوبناک از تصادفی استفاده شد. بُعد همبستگی به‌دست آمده در ایستگاه‌های اسکندری و قلعه شاهرخ به‌ترتیب برابر با $3/34$ و $3/6$ محاسبه شده است. نتایج به‌دست آمده حاکی از آشوبناکی و قابل پیش‌بینی بودن

دارای پهنای وسیعی است (۹). نتایج حاصل، با نتایج وانگ و گان (۲۱) و سیواکومار و همکاران (۱۸) مطابقت دارد.

نتیجه‌گیری

در تحلیل‌های مربوط به سری‌های زمانی دبی جریان رودخانه‌ها، اغلب مطالعات مؤید تصادفی بودن سیستم بوده است. اما در واقع همین سیستم‌ها بر اساس قوانین مشخصی هستند و با نگاهی عمیق‌تر، نوعی نظم در آنها مشهود می‌شود. نظریه آشوب یکی از مهم‌ترین اکتشافات قرن اخیر است که قابلیت خوبی در تحلیل سری‌های زمانی پیچیده غیرخطی دارد. در این تحقیق، به بررسی دبی جریان رودخانه زاینده‌رود با این نظریه پرداخته شده و از پارامترهای مختلف برای تشخیص آشوبناکی این رودخانه استفاده شد. با استفاده از تابع اطلاعات متقابل، مقادیر زمان تأخیر برای ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ و سد تنظیمی به‌ترتیب برابر با ۷۰، ۸۷ و ۸۵ و همچنین مقادیر بُعد محاط از روش نزدیک‌ترین همسایگی کاذب برابر

نتیجه گرفت که تنها مثبت بودن بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف در سری‌های زمانی نمی‌تواند شاخص کافی برای تعیین آشوبناکی سیستم باشد. همچنین، از طیف توان فوریه برای تعیین آشوبناکی سیستم استفاده شد. پهنای وسیع باند، افزون بر دلایل دیگر، دلالت بر آشوبناکی سیستم دارد. نتایج تحقیق حاضر، به‌منظور برنامه‌ریزی برای آینده و ارائه راهکارهای مدیریتی در حوضه آبریز زاینده‌رود حائز اهمیت است. روش ارائه شده در این تحقیق، پتانسیل استفاده در دیگر حوضه‌های آبریز را دارا است.

سری زمانی در بالادست مخزن سد زاینده‌رود است. در پایین‌دست مخزن، در محل سد تنظیمی، دبی جریان تصادفی است. با توجه به محل ایستگاه سد تنظیمی (چهار کیلومتری از سد زاینده‌رود)، در این ایستگاه نشانه‌هایی از آشوب با دامنه کم مشاهده نشد. بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف به‌عنوان شاخصی دیگر برای تعیین آشوبناکی سیستم بررسی شد. نتایج در سه ایستگاه نشان‌دهنده مثبت بودن بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف است. با توجه به تصادفی بودن سری زمانی در ایستگاه سد تنظیمی و مثبت بودن بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف در این ایستگاه، می‌توان چنین

منابع مورد استفاده

1. Abarbanel, H. 2012. Analysis of Observed Chaotic Data. Springer Science & Business Media.
2. Adab, F., H. Karami, S. F. Mousavi and S. Farzin. 2017. Effect of Ghir barrage on chaotic behavior of discharge in Karun river. *Applied Research of Water Sciences* 2(1): 11-26. (In Farsi).
3. Anis Hosseini, M. and M. Zakermoshfegh. 2016. Using chaos theory approach for river flow time series analysis: (case study: Kashkan river). *Iranian Water Research Journal* 10(21): 97. (In Farsi).
4. Casdagli, M., S. Eubank, J. D. Farmer and J. Gibson. 1991. State space reconstruction in the presence of noise. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 51(1-3): 52-98.
5. Dhanya, C. and D. N. Kumar. 2010. Nonlinear ensemble prediction of chaotic daily rainfall. *Advances in Water Resources* 33(3): 327-347.
6. Fahimfard, S., M. H. Fattahi, A. Shamsai and S. Farzin. 2015. The reconstructed phase space and correlation dimensions in the suspended load transport patterns as affected by a dam: the case of the Karaj river. *Application of the Chaos Theory* 8(26): 89-100.
7. Jayawardena, A. and F. Lai. 1994. Analysis and prediction of chaos in rainfall and stream flow time series. *Journal of Hydrology* 153(1-4): 23-52.
8. Khatibi, R., B. Sivakumar, M. A. Ghorbani, O. Kisi, K. Koçak and D. F. Zadeh. 2012. Investigating chaos in river stage and discharge time series. *Journal of Hydrology* 414: 108-117.
9. Kocak, K., A. Bali and B. Bektasoglu. 2007. Prediction of monthly flows by using chaotic approach. In: *Proceeding of the International Congress on River Basin Management, Antalya, Turkey*. PP: 553-559.
10. McCue, L. S. and A. W. Troesch. 2011. Use of Lyapunov exponents to predict chaotic vessel motions. *Contemporary Ideas on Ship Stability and Capsizing in Waves* 97: 415.
11. Men, B., X. Zhao and C. Liang. 2004. Chaotic analysis on monthly precipitation on Hills Region in Middle Sichuan of China. *Nature and Science* 2(2): 45-51.
12. Ng, W., U. Panu and W. Lennox. 2007. Chaos based analytical techniques for daily extreme hydrological observations. *Journal of Hydrology* 342(1): 17-41.
13. Pari-Zangeneh, M., M. Ataei and P. Moallem. 2009. Phase space reconstruction of chaotic time series using an intelligent method. *Water Engineering Journal* 1(2): 3-10. (In Farsi).
14. Regonda, S. K., B. Sivakumar and A. Jain. 2004. Temporal scaling in river flow: Can it be chaotic? *Hydrological Sciences* 49(3): 373-385.
15. Shaghaghian, M. R., N. Talebbeydokhti. 2009. Temporal scaling of the uncomphagre river flow. *Water Engineering Journal* 2(3): 1-8. (In Farsi).
16. Shang, P., X. Li and S. Kamae. 2005. Chaotic analysis of traffic time series. *Chaos, Solitons and Fractals* 25(1): 121-128.
17. Shang, P., X. Na and S. Kamae. 2009. Chaotic analysis of time series in the sediment transport phenomenon. *Chaos, Solitons and Fractal* 41(1): 368-379.
18. Sivakumar, B., A. Jayawardena and W. Li. 2007. Hydrologic complexity and classification: A simple data reconstruction approach. *Hydrological Processes* 21(20): 2713-2728.
19. Sivakumar, B., R. Berndtsson and M. Persson. 2001. Monthly runoff prediction using phase space reconstruction.

Hydrological Sciences Journal 46(3): 377-387.

20. Sivakumar, B., S. Y. Liong and C. Y. Liaw. 1998. Evidence of chaotic behavior in Singapore rainfall. *Journal of the American Water Resources Association* 34(2): 301-310.

21. Wang, Q. and T. Y. Gan. 1998. Biases of correlation dimension estimates of streamflow data in the Canadian prairies. *Water Resources Research* 34(9): 2329-2339.

Investigating the Chaotic Nature of Flow the Upstream and Downstream of Zayandehrud-Dam Reservoir Using Chaotic Systems' Criteria

M. Boustani, S. F. Mousavi, H. Karami and S. Farzin^{1*}

(Received: July 24-2017; Accepted: May 30-2018)

Abstract

River discharge is among the influential factors on the operation of water resources systems and the design of hydraulic structures, such as dams; so the study of it is of great importance. Several effective factors on this non-linear phenomenon have caused the discharge to be assumed as being accidental. According to the basics the chaos theory, the seemingly random and chaotic systems have regular patterns that are predictable. In this research, by using methods of phase space mapping, correlation dimension, largest Lyapunov exponent and Fourier spectrum power, a period covering 43 years of Zayandehrud River discharge (1971-2013) was evaluated and analyzed based on the chaos theory. According to the results, the non-integer value of the correlation dimension for Eskandari and Ghale Shahrokh stations (3.34 and 3.6) showed that there was a chaotic behavior in the upstream of Zayandehrud-Dam Reservoir. On the other hand, in the Tanzimi-Dam station, the correlation dimension curve was ascending with respect to the embedding dimension, showing that the studied time-series in the downstream of Zayandehrud-Dam Reservoir was random. The slope of the Lyapunov exponent curve for Eskandari, Ghale Shahrokh and Tanzimi-Dam stations was 0.0104, 0.017 and 0.0192, respectively, and the prediction horizon in the chaotic stations was 96 and 59 days. The non-periodical feature of time series was studied by using the Fourier spectrum power. The wide bandwidth, besides other indices, showed that river discharge in the upstream stations of Zayandehrud Reservoir was chaotic.

Keywords: Zayandehrud Reservoir, Hydrometric station, Phase space, Correlation dimension, Fourier spectrum power, Prediction horizon

1. Department of Water Engineering and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

*: Corresponding Author, Email: saeed.farzin@semnan.ac.ir