

## تحلیل فراوانی منطقه‌ای شدت خشکسالی توأم شاخص‌های SEI-SRI و SEI-SSI در تداوم‌های مشترک با استفاده از گشتاورهای خطی چندمتغیره و توابع کاپولا (مطالعه موردی: حوضه آبریز کرخه)

سعیده پرویزی<sup>۱\*</sup>، سعید اسلامیان<sup>۱</sup>، مهدی قیصری<sup>۱</sup>، علیرضا گوهری<sup>۱</sup>، سعید سلطانی کوپایی<sup>۲</sup> و پوریا محیط اصفهانی<sup>۲</sup>

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۶/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۹/۲۱)

### چکیده

بررسی همگنی منطقه‌ای با استفاده از خصوصیات تک‌متغیره، گام مهمی در روش تجزیه و تحلیل فراوانی منطقه‌ای است؛ لیکن برخی پدیده‌های هیدرولوژیک دارای خصوصیات چندمتغیره بوده که نمی‌توان با روش‌های تک‌متغیره آنها را بررسی کرد. خشکسالی‌ها از جمله این پدیده‌ها هستند که تعریف آنها به صورت تک‌متغیره برای ارزیابی خطرات، تصمیم‌گیری و مدیریت مناسب تأثیرگذار نخواهد بود. بدین جهت در این مطالعه، به بررسی تحلیل فراوانی منطقه‌ای خشکسالی به صورت چندمتغیره با استفاده از شاخص‌های SEI (تبخیر- تعرق استاندارد شده)، SSI (رطوبت خاک استاندارد شده) و SRI (رواناب استاندارد شده) در حوضه آبریز کرخه طی دوره آماری ۱۹۹۶ تا ۲۰۱۹ پرداخته شد. شاخص‌ها، با استفاده از روش گشتاورهای خطی چندمتغیره و توابع کاپولا، توزیع توأم احتمال بین متغیرهای تبخیر- تعرق، رواناب و رطوبت خاک را محاسبه کرده و خشکسالی‌های هواشناسی، کشاورزی و هیدرولوژیک را به صورت همزمان مدنظر قرار دادند. نتایج تحلیل فراوانی منطقه‌ای چندمتغیره، با در نظر گرفتن تابع منطقه‌ای کاپولا گامبل، نشان داد که حوضه از لحاظ شدت شاخص‌های توأم خشکسالی SEI-SSI در تداوم‌های مشترک همگن قابل قبول و از لحاظ شاخص‌های SEI-SRI ناهمگن است. این در حالی است که پس از خوشه‌بندی حوضه به چهار ناحیه همگن از لحاظ خصوصیات شاخص SPI (بارش استاندارد شده)، حوضه در تمام نواحی از لحاظ شاخص‌های تک‌متغیره SEI، SSI و SRI همگن قابل قبول و در خوشه سوم و چهارم شاخص‌های خشکسالی SRI و SEI ناهمگن شناسایی شد. توابع توزیع پیرسون نوع (۳)، پارتو، نرمال و لجستیک عمومی برای بررسی خصوصیات شاخص‌های خشکسالی SEI، SSI و SRI در این حالت، مناسب تشخیص داده شد. در نهایت برآورد بزرگی انواع خشکسالی‌های توأم و احتمال وقوع آنها نشان داد که نواحی شمالی و جنوبی حوضه آبریز کرخه طی سال‌های آتی، خشکسالی‌های کوتاه و پیاپی را تجربه خواهند کرد. خشکسالی‌ها در مناطق فاقد داده‌های هواشناسی، از نظر احتمال مشترک با استفاده از روش تحلیل فراوانی منطقه‌ای خشکسالی پیشنهاد شده در این پژوهش، قابل پیش‌بینی هستند.

واژه‌های کلیدی: آزمون‌های همگنی، ایستگاه‌های ناجور، منحنی رشد، شدت خشکسالی، مدت خشکسالی، حوضه آبریز کرخه

۱. گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

۲. گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

\*: مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: s.parvizi@ag.iut.ac.ir

## مقدمه

در هیدرولوژی متغیرهای زیادی به عنوان نماینده رفتار سیستم برای مدل‌سازی فرایندها مورد بررسی قرار می‌گیرند. مستقل فرض کردن این متغیرها صحت نتایج نهایی مدل‌سازی را زیر سؤال خواهد برد. از طرفی در برخی از مسائل و پدیده‌های هیدرولوژی مانند سیل، خشکسالی و غیره چندین متغیر مؤثر بوده و درحالی پدیده را تحت تأثیر قرار می‌دهند که خود این متغیرها با یکدیگر وابستگی و همبستگی دارند. استفاده از توزیع‌های آماری برای چنین متغیرهایی بدون در نظر گرفتن این همبستگی‌ها بر عدم قطعیت‌ها خواهد افزود. بنابراین، دانستن ارتباط بین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای مختلف به منظور درک قوانین حاکم بر این وابستگی‌ها می‌تواند در شناخت وقایع هیدرولوژیکی مشاهده شده بسیار مؤثر واقع شود. لذا به منظور افزایش اطمینان به نتایج تحلیل‌ها بایستی از رویکردهای آماری چندمتغیره استفاده کرد. خشکسالی از جمله مهم‌ترین این وقایع هیدرولوژی طبیعی در ایران است که به علت شرایط جغرافیایی در همه نقاط کشور، احتمال وقوع آن وجود دارد. از این رو، مطالعات اخیر در زمینه پایش خشکسالی رو به روش‌های چندمتغیره آورده و ساخت شاخص‌های چندمتغیره نظر بسیاری از محققین این رشته را جلب کرده است. به عنوان نمونه، ژانگ و هی (۲۲) در محاسبه خشکسالی از متغیر  $\beta$  یا بارش مناسب شرایط اقلیمی موجود استفاده کرده که چهار متغیر ذخیره رطوبت، اتلاف رطوبت، تبخیر-تعرق و رواناب را در نظر می‌گیرد. ژانگ و همکاران (۲۳) در پژوهشی چهارچوب یکپارچه چندگانه را که در برگیرنده خشکسالی کشاورزی و فنولوژی محصول است، پیشنهاد کردند. محیط اصفهانی و همکاران (۱۶) به توسعه شاخص چندمتغیره استاندارد شده خشکسالی در استان چهارمحال و بختیاری پرداختند. نتایج نشان داد که این شاخص شروع خشکسالی را مشابه با SPI و تداوم خشکسالی را همانند SSI شناسایی می‌کند. زو و همکاران (۲۰) در پژوهشی با استفاده از رویکرد زنجیره مارکوف مونت کارلو به توسعه یک شاخص پرداختند که نتایج نشان‌دهنده سازگاری قوی زمانی دوره‌های خشکسالی شناسایی شده با این شاخص و

موارد گزارش شده است. شاه و میرشا (۱۸) در پژوهش خود یک شاخص خشکسالی یکپارچه ایجاد کردند که سه شاخص خشکسالی هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی را ترکیب کرده و ذخیره آب‌های زیرزمینی را محاسبه می‌کند. تعیین مناطق همگن، برای بررسی رفتار خشکسالی در یک منطقه نیز، کمک فراوانی به افزایش دقت محاسبات و کاهش ریسک خواهد کرد. گشتاورها به دلیل قدرت بالایی که در تحلیل‌های منطقه‌ای، آزمون‌های همگنی مناطق، انتخاب بهترین توزیع ممکن برای برازش بر داده‌های هیدرولوژیک و برآورد کمیت‌های متناسب با دوره‌های بازگشت مختلف دارد؛ به‌تازگی به‌صورت چندمتغیره توسعه یافته و کاربردهای وسیعی در علوم هیدرولوژی، منابع آب و به‌ویژه تحلیل‌های فراوانی منطقه‌ای و تخمین وقایع هیدرولوژیک چون خشکسالی و محاسبه دوره بازگشت این وقایع پیدا کرده‌اند. به عنوان نمونه چیانا و همکاران (۴) به بررسی روند آزمون چندمتغیره در تجزیه و تحلیل فراوانی هیدرولوژیک پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد که آزمون‌های تک‌متغیره و چندمتغیره به تشخیص روندهای مختلفی منجر شده‌اند. ژانگ و همکاران (۲۱)، به بررسی منطقه‌بندی خشکسالی با استفاده از روش چندمتغیره L-moment و کاپولا پرداختند. در این پژوهش، خشکسالی‌ها در مناطق فاقد داده‌های هواشناسی، از نظر احتمال مشترک قابل پیش‌بینی خواهند بود. عبدی و همکاران (۲) در پژوهش خود بیان کردند که تجزیه و تحلیل فراوانی منطقه‌ای می‌تواند ایستگاه‌های مشابه را در یک منطقه با استفاده از روش L-comoments مشخص کند. عبدی و همکاران (۳) در پژوهش خود بیان کردند که تشخیص دقیق ایستگاه‌های ناسازگار در یک منطقه ناهمگن و برآورد متغیرهای منطقه‌ای یک توزیع آماری، دو مسئله مهم در تجزیه و تحلیل فراوانی‌های منطقه‌ای چندمتغیره محسوب می‌شود. در مطالعات اخیر، مناسب‌ترین روش برای تحلیل‌های چندمتغیره، استفاده از توابع کاپولا بیان شده است (۱، ۲، ۱۱، ۱۲، ۱۷). پیشرفت‌های اخیر در مطالعات ریاضی کاربردی نشان داده است که توابع کاپولا ابزاری مفید برای بررسی رفتار آماری متغیرهای وابسته هستند. به عنوان

اثرات تشدید کننده شاخص‌های خشکسالی در دوره‌های مشترک خشک، علاوه بر کاهش منابع آبی سالم، کاهش محصولات کشاورزی، ناهنجاری‌های اجتماعی، اقتصادی و ... منجر به بروز مشکلات دیگری از جمله تأثیر بر کیفیت منابع آب و گسترش آلودگی در آنها و به‌طور کلی اختلال در اکوسیستم‌های طبیعی خواهد شد. بنابراین هدف از این پژوهش، تحلیل فراوانی منطقه‌ای شدت خشکسالی هواشناسی، کشاورزی و هیدرولوژیک به‌صورت توأم در تداوم‌های مشترک با استفاده از شاخص‌های SRI و SSI، SEI در حوضه آبریز کرخه تعیین شد.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه و داده‌های مورد نیاز

پژوهش حاضر با هدف شناسایی ابعاد جامع‌تر خشکسالی و جنبه‌های مختلف آن طی دوره آماری ۱۹۹۶ تا ۲۰۱۹ در حوضه آبریز بزرگ کرخه واقع در محدوده ۰۷° ۴۴' تا ۱۱' ۴۹° طول شرقی و ۲۵' ۳۳° تا ۵۶' ۳۴° عرض شمالی انجام شد. این حوضه از شمال به حوضه رودخانه‌های سیروان، سفیدرود و قره‌چای، از غرب به حوزه غربی ایران و عراق، از جنوب به قسمتی از مرز غربی کشور و از سمت شرق به حوضه رودخانه دز محدود شده است. وسعت این حوضه تا محل ایستگاه پای‌پل یا سد کرخه بالغ بر ۴۲۷۷۰ کیلومتر مربع است که حدود ۶۰ درصد آن را مناطق کوهستانی و ۴۰ درصد باقی مانده را دشت‌ها و کوهپایه‌ها تشکیل می‌دهند. متوسط بارندگی سالانه در حوضه ۴۷۷ میلی‌متر و متوسط دمای سالانه حدود ۱۵/۳ درجه سانتی‌گراد است. استفاده گسترده از آب رودخانه کرخه در امور مختلف نظیر کشاورزی و شرب، اهمیت مطالعه این حوضه را افزایش داده است. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش عبارتند از:

**تبخیر - تعرق پتانسیل:** این متغیر برای محاسبه شاخص تبخیر - تعرق استاندارد شده و بررسی خصوصیات خشکسالی هواشناسی در نظر گرفته شد. متغیرهای هواشناسی ماهانه برای

نمونه، نتایج پژوهش فرسادینا و همکاران (۶) حاکی از آن است که شدت و مدت خشکسالی برای تمامی ایستگاه‌های هیدرومتری حوضه کرخه از توزیع حاشیه‌ای مقادیر حداکثر تعمیم‌یافته و همچنین از تابع کاپولای خانواده گامبل پیروی می‌کنند. هدف اصلی مطالعه خانی تملیه و همکاران (۱۱)، کاربرد توابع کاپولای تودرتو، در تحلیل چهار متغیره پدیده خشکسالی با استفاده از شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی بود. خانی تملیه و همکاران (۱۲) در پژوهشی مشابه، به تحلیل سه‌متغیره خشکسالی در شرق ایران پرداختند. در این راستا پژوهشگران، از روش تودرتو برای اتصال توابع کاپولای دوبعدی و ایجاد تابع توزیع توأم سه‌بعدی استفاده کردند که نتایج بسیار رضایت‌بخش بود. وون و همکاران (۱۹) با استفاده از توابع کاپولا و ترکیب شاخص بارش استاندارد شده و شاخص خشکسالی تقاضای تبخیری، یک شاخص ترکیبی خشکسالی را پیشنهاد کردند. سیدابدی و همکاران (۱۷) در پژوهش خود به توسعه یک شاخص خشکسالی ترکیبی بر اساس سه شاخص خشکسالی بارش استاندارد شده، شاخص خشکسالی جریان و شاخص سطح آب استاندارد شده، با استفاده از توابع کاپولا برای شناسایی خصوصیات خشکسالی مانند مدت و شدت پرداختند. هوو و همکاران (۹) در پژوهش خود، با استفاده از توابع سه‌بعدی کاپولا و خصوصیات مدت خشکسالی، شدت خشکسالی و اثرات خشکسالی به ارزیابی زمین‌های کشاورزی آسیب‌پذیر و تحت تأثیر خشکی در یونان پرداختند. نتایج استفاده از مدل نیز بسیار رضایت‌بخش گزارش شد.

بر اساس مطالعات انجام شده می‌توان بیان کرد که خشکسالی، از جمله پدیده‌هایی است که بررسی تحلیل فراوانی منطقه‌ای آن به‌صورت چندمتغیره در نقاط حساس کشور از جمله حوضه بزرگ و مهم کرخه به‌منظور افزایش اطمینان به نتایج تحلیل‌ها از الزامات اساسی است. دو خصوصیت مهم شدت و مدت خشکسالی در این حوضه در حالت چندمتغیره، در بسیاری از مطالعات و آزمون‌های همگنی نادیده گرفته شده و یا نقش آنها در ارزیابی ریسک خشکسالی کم‌رنگ جلوه شده است؛ چرا که

احتمال به دست آمده از تابع توزیع احتمال استفاده شده به توزیع نرمال استاندارد منتقل می شود و مقادیر هم احتمال متغیر از توزیع نرمال استاندارد استخراج می شود. مقادیر استخراج شده، همان شاخص های SPI، SEI، SRI و SSI هستند که با میانگین صفر و انحراف از معیار یک در بازه بین ۳ تا -۳ قرار می گیرند. با توجه به خصوصیات آماری شاخص SEI که یک شاخص نرمال استاندارد بوده و همچنین برای یکسان سازی فرمت اعداد برای تدقیق محاسبات و امکان مقایسه با دو شاخص دیگر، مقادیر شاخص SEI محاسبه شده در عدد ۱- ضرب شدند. پس از محاسبه شاخص های خشکسالی SRI، SEI و SSI، دو ویژگی شدت و مدت خشکسالی در هر یک از ایستگاه های مورد مطالعه با توجه به تئوری ران (۱۴) محاسبه شد. بر اساس این تئوری، طول دوره خشکسالی، برابر با فاصله زمانی که در طی آن مقدار متغیر اصلی از سطح آستانه کمتر است، در نظر گرفته شد. شدت خشکسالی نیز برابر با مجموع کمبودهای متغیر اصلی از سطح آستانه مورد نظر در دوره وقوع خشکسالی است.

### توابع توزیع احتمال

توزیع احتمال تابعی است که احتمال رخ دادن یک متغیر تصادفی را نشان می دهد. اگر یک توزیع بر مجموعه ای از داده های هیدرولوژیک برازش داده شود، بخش وسیعی از اطلاعات احتمالی در نمونه را می توان به طور فشرده در تابع و متغیرهای مربوط به آن خلاصه کرد (۵). در این پژوهش از توابع توزیع لجستیک عمومی، مقادیر حدی تعمیم یافته، نرمال عمومی، پیرسون نوع (۳)، پارتو عمومی و ویکی استفاده شد.

### خوشه بندی با استفاده از روش K-Mean

در این پژوهش از روش خوشه بندی K-Means برای دسته بندی ایستگاه های مشابه استفاده شد. ورودی مدل خوشه بندی ماتریسی از داده ها است که به ردیف های ماتریس، الگوها یا اشیا (که در این پژوهش ایستگاه ها در نظر

محاسبه تبخیر- تعرق پتانسیل شامل حداکثر و حداقل درجه حرارت، حداکثر و حداقل رطوبت نسبی، سرعت باد و تابش خورشیدی از ۲۵ ایستگاه هواشناسی سینوپتیک سازمان هواشناسی کشور دریافت شد. برای محاسبه تبخیر- تعرق پتانسیل ماهانه از روش هارگریوز- سامانی استفاده شد.

**رطوبت خاک:** این متغیر برای محاسبه شاخص رطوبت خاک استاندارد شده و بررسی خصوصیات خشکسالی کشاورزی مورد استفاده قرار گرفت. در این پژوهش از داده های رطوبت خاک ماهواره ای سایت آژانس فضایی اروپا که به روش رادیومتری به صورت فایل های NetCDF با دقت  $0.25 \times 0.25$  درجه تهیه می شود، به صورت ماهانه استفاده شد. استخراج داده های رطوبت خاک از فایل های NetCDF توسط نرم افزار آماری R انجام گرفت.

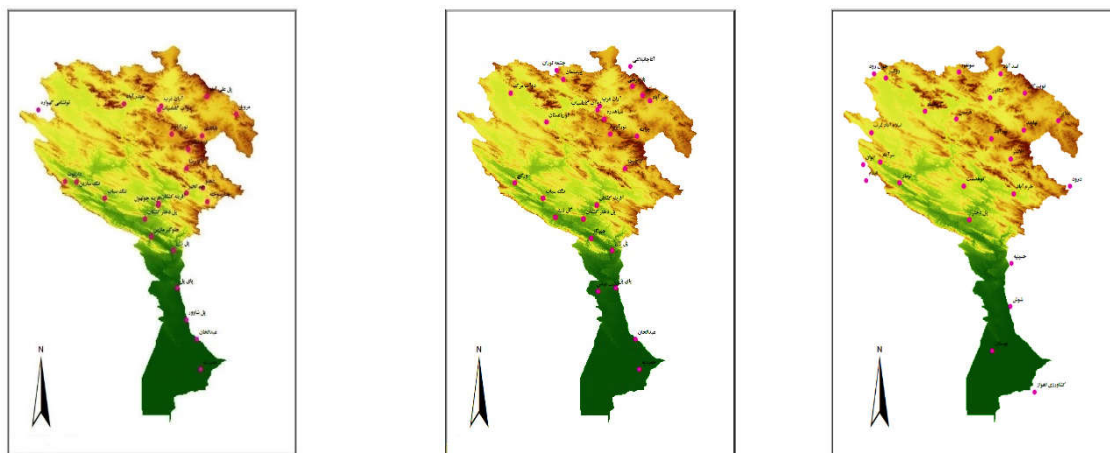
**رواناب:** متوسط دبی جریان برای محاسبه شاخص رواناب استاندارد شده و بررسی خصوصیات خشکسالی هیدرولوژیک در نظر گرفته شد. در این راستا، داده های روزانه ۲۵ ایستگاه آبرسانی از سازمان مدیریت منابع آب کشور دریافت و برای محاسبه شاخص خشکسالی SRI استفاده شد. موقعیت جغرافیایی ایستگاه ها و مشخصات آنها در حوضه مورد مطالعه در جدول ۱ و شکل ۱ نشان داده شده است.

### برآورد خصوصیات شدت و مدت شاخص های خشکسالی

اساس محاسبه شاخص های خشکسالی در این پژوهش، شاخص بارش استاندارد شده توسط مک کی و همکاران از دانشگاه ایالت کلرادو و در سال ۱۹۹۳ بود. این شاخص، یکی از شاخص های اساسی در مطالعه تغییرات حول مرکز به شمار می آید و محاسبه آن نیازمند داشتن میانگین و انحراف معیار درازمدت مقادیر متغیر برای دوره های مورد مطالعه است. بنابراین در ابتدا سری های n ماهه از داده های بلندمدت متغیرهای تبخیر- تعرق، رواناب و رطوبت خاک تشکیل شده و سپس یک توزیع احتمالی به آنها برازش داده می شود (به طور پیش فرض از توزیع گاما استفاده شد) و پس از آن مقادیر

جدول ۱. مشخصات ایستگاه‌های مورد مطالعه در حوضه آبریز کرخه

کد	ایستگاه‌های سینوپتیک		ایستگاه‌های رطوبت خاک		ایستگاه‌های آب‌سنجی	
	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی
A	۴۶/۴۷	۳۴/۱۲	۴۷/۳۸	۳۴/۸۱	۴۶/۳۵	۳۴/۳۷
B	۴۶/۶۵	۳۴/۷۲	۴۷/۹۳	۳۴/۴۱	۴۷/۹۳	۳۴/۴۱
C	۴۷/۱۵	۳۴/۳۵	۴۷/۴۶	۳۴/۷۱	۴۷/۹۰	۳۴/۳۷
D	۴۷/۹۸	۳۴/۵۰	۴۶/۷۹	۳۴/۵۵	۴۷/۴۵	۳۴/۴۳
E	۴۷/۵۵	۳۴/۲۷	۴۷/۲۴	۳۴/۲۳	۴۷/۸۰	۳۲/۹۷
F	۴۶/۵۰	۳۴/۷۷	۴۷/۹۰	۳۴/۳۷	۴۸/۰۸	۳۲/۸۲
G	۴۷/۵۸	۳۴/۷۸	۴۷/۸۲	۳۲/۹۵	۴۸/۱۳	۳۲/۴۰
H	۴۸/۰۱	۳۱/۷۱	۴۸/۰۸	۳۲/۸۲	۴۸/۳۸	۳۱/۸۳
I	۴۸/۵۵	۳۱/۲۵	۴۸/۱۳	۳۲/۴۰	۴۸/۲۵	۳۲/۰۵
J	۴۸/۲۴	۳۲/۱۹	۴۸/۳۸	۳۱/۸۳	۴۸/۴۳	۳۱/۵۰
K	۴۸/۲۵	۳۲/۶۷	۴۸/۴۳	۳۱/۵۰	۴۸/۵۱	۳۴/۵۲
L	۴۸/۴۱	۳۴/۱۴	۴۸/۵۷	۳۴/۴۷	۴۸/۴۵	۳۴/۰۸
M	۴۸/۸۶	۳۴/۲۵	۴۸/۳۲	۳۴/۸۵	۴۸/۸۹	۳۴/۳۲
N	۴۸/۴۳	۳۴/۵۵	۴۸/۴۰	۳۴/۰۸	۴۸/۵۲	۳۳/۳۶
O	۴۸/۱۲	۳۴/۷۷	۴۷/۹۹	۳۴/۲۷	۴۸/۰۶	۳۴/۱۰
P	۴۸/۲۸	۳۳/۴۴	۴۸/۴۸	۳۴/۵۳	۴۷/۲۱	۳۳/۳۹
Q	۴۸/۰۰	۳۴/۰۵	۴۸/۳۵	۳۴/۶۳	۴۸/۴۶	۳۳/۵۰
R	۴۸/۲۵	۳۳/۸۲	۴۸/۰۶	۳۴/۱۰	۴۸/۲۵	۳۳/۷۲
S	۴۷/۶۵	۳۳/۵۲	۴۷/۲۱	۳۳/۳۹	۴۸/۲۵	۳۳/۴۵
T	۴۷/۷۲	۳۳/۱۵	۴۸/۲۵	۳۳/۷۲	۴۷/۸۹	۳۳/۳۳
U	۴۹/۰۰	۳۳/۵۲	۴۷/۸۹	۳۳/۳۱	۴۷/۸۹	۳۳/۳۱
V	۴۶/۴۰	۳۳/۵۹	۴۷/۷۲	۳۳/۱۶	۴۷/۷۲	۳۳/۱۶
W	۴۶/۳۶	۳۳/۷۶	۴۶/۸۴	۳۳/۵۶	۴۸/۲۷	۳۳/۹۳
X	۴۶/۵۸	۳۳/۷۹	۴۷/۳۶	۳۳/۱۸	۴۶/۶۹	۳۳/۵۸
Y	۴۶/۸۳	۳۳/۵۶	۴۷/۹۱	۳۲/۳۶	۴۶/۸۴	۳۳/۵۷



موقعیت ایستگاه‌های هیدرومتری

موقعیت ایستگاه‌های رطوبت خاک

موقعیت ایستگاه‌های سینوپتیک

شکل ۱. موقعیت ایستگاه‌های مورد مطالعه در حوضه آبریز کرخه (رنگی در نسخه الکترونیکی)

$$\Lambda_k = \left( \lambda_{k[i,j]} \right)_{i,j=1,2} : \Lambda_k = \begin{pmatrix} \lambda_{k[11]} & \lambda_{k[12]} \\ \lambda_{k[21]} & \lambda_{k[22]} \end{pmatrix} \quad (2)$$

در این حالت  $\Lambda_2$ ،  $\Lambda_3$  و  $\Lambda_4$  به ترتیب ماتریس‌های L-covariance، L-coskewness و L-cokurtosis نامیده می‌شوند. ضرایب L-comoment نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Lambda_k = \left( \lambda_{k[i,j]} \right)_{i,j=1,2} : \tau_{k[12]} = \frac{\lambda_{k[12]}}{\lambda_2^{(1)}}, \text{ for } k \geq 3 \quad (3)$$

در نهایت ماتریس ضرایب L-comoment نیز به صورت زیر تعریف و نوشته می‌شود:

$$\Lambda_k^* = \left( \tau_{k[i,j]} \right)_{i,j=1,2} : \Lambda_k^* = \begin{pmatrix} \tau_{k[11]} & \tau_{k[12]} \\ \tau_{k[21]} & \tau_{k[22]} \end{pmatrix} \quad (4)$$

که در آن  $\Lambda_2^*$  معیار پراکنش (LCV)،  $\Lambda_3^*$  اندازه یا معیار چولگی (LCs) و  $\Lambda_4^*$  اندازه یا معیار کشیدگی (LCK) چندمتغیره است.

تحلیل فراوانی منطقه‌ای در حالت چندمتغیره

آزمون ناجوری برحسب گشتاورهای خطی چندمتغیره

برای این منظور، ماتریس  $u_1^t = [\Lambda_2^*(i), \Lambda_3^*(i), \Lambda_4^*(i)]^T$

گرفته شد) و به ستون‌های این ماتریس ویژگی‌ها یا مشخصات (که در این پژوهش تعداد وقایع خشکسالی مورد انتظار، میانگین، میانه، انحراف از معیار، چولگی و کشیدگی خصوصیات شدت و مدت خشکسالی و همچنین فراوانی خشکسالی شاخص بارش استاندارد شده در نظر گرفته شد) گفته می‌شود (۳).

#### L-comoments و گشتاورهای خطی چندمتغیره

به عنوان نمونه فرض می‌شود  $X^{(i)}$  و  $X^{(j)}$  دو متغیر تصادفی با توابع توزیع  $F_j$  و  $F_i$  باشند. به طور مشابه با نمایش کوواریانس گشتاور خطی مرتبه  $k \geq 1$ ، گشتاور خطی چندمتغیره ماتریس  $\Lambda_k$  با عناصر L-comoment به صورت زیر تعریف می‌شود (۴):

$$\begin{aligned} \lambda_{1[12]} &= E\left(X^{(1)}, X^{(2)}\right) \\ \lambda_{2[12]} &= 2\text{Cov}\left(X^{(1)}, F_2\left(X^{(2)}\right)\right) \\ \lambda_{3[12]} &= 6\text{Cov}\left(X^{(1)}, \left(F_2\left(X^{(2)}\right) - \frac{1}{2}\right)^2\right) \\ \lambda_{4[12]} &= \text{Cov}\left(X^{(1)}, 20\left(F_2\left(X^{(2)}\right) - \frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(F_2\left(X^{(2)}\right) - \frac{1}{2}\right) + 1\right) \end{aligned} \quad (1)$$

خشکسالی شاخص دوم (D) برای دو مورد به صورت؛ دوره بازگشت در حالت تجاوز همزمان هر دو متغیر از آستانه مورد نظر و دوره بازگشت در حالت تجاوز یکی از دو متغیر از آستانه مورد نظر، تعریف شده است (۱) که به ترتیب در روابط زیر آورده شده‌اند:

$$T_{DS} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))} \quad \text{if } D \geq d, S \geq s \quad (9)$$

$$T'_{DS} = \frac{E(L)}{1 - C(F_D(d), F_S(s))} \quad \text{if } D \geq d \text{ or } S \geq s \quad (10)$$

که در آنها L فاصله زمانی بین شروع یک خشکسالی و شروع خشکسالی بعدی و E(L) امید ریاضی فاصله زمانی دو خشکسالی متوالی است که با توجه به آمار قابل محاسبه خواهد بود،  $T_{DS}$  دوره بازگشت توأم برای حالتی که  $D \geq d$  و  $S \geq s$  و  $T'_{DS}$  دوره بازگشت توأم برای حالتی که  $D \geq d$  یا  $S \geq s$  باشد، هستند. E(L) میانگین تمامی Lها است.

### توابع کاپولا

توابع کاپولا، توابعی هستند که توابع توزیع تک‌متغیره را برای تشکیل توابع توزیع چندمتغیره به هم پیوند می‌دهند. در این مطالعه، برای تحلیل‌های دو متغیره، توابع کاپولای کلاسیک، فرانک و گامبل - هوگارد که در مطالعات هیدرولوژی مورد توجه بوده‌اند (۱)، بر داده‌های شدت خشکسالی شاخص‌های هواشناسی، کشاورزی و هیدرولوژیک در طول دوره‌های مشترک خشک برآزش داده شدند. مشخصات این توابع در جدول ۳ درج شده است.

در معادله‌های فوق،  $\theta$  متغیر کاپولا است که مقدار وابستگی بین متغیرها را نمایش می‌دهد. برای محاسبه  $\theta$  از ضریب همبستگی  $\tau$  کندال و رابطه آن با  $\theta$  به صورت جدول بیان شده استفاده شده است. در انتخاب بهترین تابع کاپولا برای منطقه نیز، از دو آماره Test Statistic حداقل و P Value حداکثر استفاده شد.

برای هر ایستگاه ایجاد می‌شود. آنگاه اندازه ناجوری برای ایستگاه i به صورت زیر قابل محاسبه است (۸):

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(u_i - \bar{u})^T \quad (5)$$

$$D_i = 3^{-1} (u_i - \bar{u})^T S^{-1} (u_i - \bar{u}) \quad (6)$$

در این حالت، بر اساس جدول ۲، داده‌های مشاهداتی آن ایستگاه ناهماهنگ با دیگر ایستگاه‌های منطقه در نظر گرفته می‌شود.

### آزمون ناهمگنی منطقه‌ای بر حسب گشتاورهای خطی چندمتغیره

آماره آزمون ناهمگنی منطقه‌ای پیشنهادی توسط هاسکینگ و والیس (۸) با استفاده از گشتاور خطی چندمتغیره به صورت زیر پیشنهاد شده است (۴):

$$H_{\parallel} = \frac{V_{\parallel} - \mu_{Vsim}}{\sigma_{Vsim}} \quad (7)$$

که  $\mu_{Vsim}$  و  $\sigma_{Vsim}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار از  $N_{sim}$  مقدار از  $\parallel$  مناطق شبیه‌سازی شده هستند. بدین ترتیب با فرض همگن بودن (Homogeneous) منطقه، اگر مقدار H محاسبه شده کمتر از ۱/۶۴ باشد، آن منطقه همگن قابل قبول و در صورت فرض ناهمگن بودن (Heterogeneous) منطقه، اگر مقدار H محاسبه شده کمتر از ۱ باشد، آن منطقه همگن قابل قبول (۸) در نظر گرفته خواهد شد.

### تخمین متغیرهای توزیع فراوانی منطقه‌ای در حالت چندمتغیره

تخمین‌های کمیت‌های ایستگاهی نیز با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_i(F) = \lambda_1^{(i)} q(F) \quad (8)$$

که  $Q(F)$  و  $q(F)$  به ترتیب کمیت ایستگاهی در ایستگاه i و کمیت منطقه‌ای با احتمال عدم تجاوز  $F$  هستند.

### محاسبه دوره بازگشت در حالت چندمتغیره

دوره بازگشت توأم شدت خشکسالی شاخص اول (S) و شدت

جدول ۲. مقادیر بحرانی برای آماره ناجوری  $D_i$  (۸)

تعداد ایستگاه‌های موجود در یک ناحیه	مقدار بحرانی	تعداد ایستگاه‌های موجود در یک ناحیه	مقدار بحرانی
۵	۱/۳۳۳	۱۰	۲/۴۹۱
۶	۱/۶۴۸	۱۱	۲/۶۳۲
۷	۱/۹۱۷	۱۲	۲/۷۵۷
۸	۲/۱۴۰	۱۳	۲/۸۶۹
۹	۲/۳۲۹	۱۴	۲/۹۷۱
		> ۱۵	۳

جدول ۳. مشخصات توابع کاپولای انتخاب شده در برازش بر داده‌ها

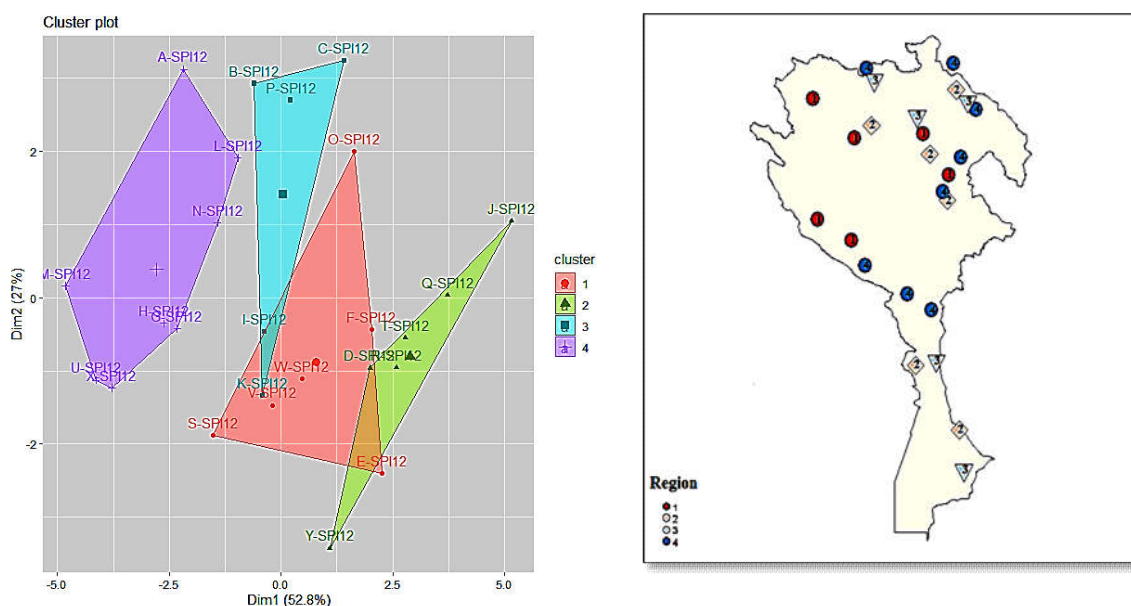
تابع کاپولا	$C(U,V)$	فضای متغیر	$\tau$ کندال (۱۹۷۵)
کلاتون (۱۹۷۸)	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta \geq 0$	$\theta / (\theta + 2)$
فرانک (۱۹۷۹)	$-\frac{1}{\theta} \ln \left( 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right)$	$\theta \neq 0$	$1 + \left( \frac{4}{\theta} \right) [D_i(\theta) - 1]$
گامبل - هوگارد (۱۹۶۰, ۱۹۸۶)	$\exp \left\{ - \left( (-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta \right)^{1/\theta} \right\}$	$\theta \geq 1$	$(\theta - 1) / \theta$

## نتایج

نشد و حوضه در این حالت در تمامی خوشه‌های همگن قابل قبول شناسایی شد. توابع توزیع پارتو عمومی، لجستیک عمومی، پیرسون نوع (۳) و نرمال عمومی بهترین توابع توزیع قابل برازش بر منطقه از لحاظ شدت و مدت شاخص خشکسالی منفرد SEI انتخاب شدند. در خصوص شدت و مدت شاخص SSI نیز، به ترتیب ایستگاه پل دخترکشکان در استان لرستان در خوشه اول با آماره  $D_i$  برابر ۱/۶۷ و دو ایستگاه قورباغستان در استان کرمانشاه و پل دخترکشکان در استان لرستان در خوشه اول و دو ایستگاه دوآب‌مرک در استان کرمانشاه و عبدالخان در استان خوزستان در خوشه دوم به ترتیب با آماره  $D_i$  برابر ۱/۶۶، ۱/۶۷، ۱/۶۵ و ۱/۶۶ ایستگاه‌های ناجور تلقی شده و در مراحل بعدی از محاسبات حذف شدند. حوضه در این حالت در خوشه اول،

شدت و مدت خشکسالی منفرد شاخص‌های SEI، SSI و SRI: در بررسی خصوصیات شدت و مدت شاخص خشکسالی SEI، SSI و SRI پس از تعیین ۴ خوشه در حوضه (شکل ۲)، ابتدا آماره  $D_i$  برای تشخیص ایستگاه‌های ناجور محاسبه و پس از آن، آزمون ناهمگنی منطقه‌ای برحسب گشتاور خطی تک متغیره در هر خوشه در حوضه، مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس تئوری هاسکینگ و والیس، تنها آماره  $H_1$  برای بررسی نهایی، استفاده شد. در نهایت با توجه به کمترین مقدار آماره  $|Z^{Dist}|$ ، توابع توزیع مناسب برای برازش بر داده‌های موجود در هر خوشه انتخاب شدند. بر این اساس، در بررسی خصوصیات شاخص SEI، هیچ ایستگاه ناجوری در حوضه تشخیص داده





شکل ۲. تعداد نواحی همگن بر اساس خصوصیات شاخص خشکسالی SPI در حوضه آبریز کرخه (رنگی در نسخه الکترونیکی)

در حالت چندمتغیره بر اساس آماره  $D_i$ ، ایستگاه‌های A، B، D، J، M، Q و X را ناجور شناسایی کرده؛ بنابراین ایستگاه‌های فوق در ادامه از مجموعه محاسبات حذف شدند. شکل ۳ نمودار نسبت گشتاورهای خطی تک‌متغیره برای شدت خشکسالی دو شاخص منفرد SEI و SSI را نمایش می‌دهد. بر اساس نمودار فوق می‌توان بیان کرد که تابع توزیع ویکبی، بهترین تابع توزیع قابل برازش بر شدت خشکسالی شاخص‌های منفرد SEI و SSI است. بر اساس متوسط مقادیر P Value برابر ۰/۷۸ و Test Statistic برابر ۰/۷۷۹ در ایستگاه‌های مورد مطالعه کاپولای گامبل نیز، بهترین کاپولای قابل برازش بر شدت‌های توأم شاخص‌های خشکسالی SEI و SSI در تداوم‌های مشترک است. به‌طور مشابه نتایج پژوهش فرسنادنیا و همکاران (۶) نشان داد که شدت و مدت خشکسالی برای تمامی ایستگاه‌های هیدرومتری حوضه کرخه از تابع کاپولا خانواده گامبل پیروی می‌کند و این موضوع می‌تواند در توسعه مدل‌های منطقه‌ای توابع کاپولا استفاده شود. متغیرهای منطقه‌ای تابع توزیع ویکبی برای شدت شاخص‌های خشکسالی منفرد SEI و SSI، مقدار

دوم و سوم همگن قابل قبول و در خوشه چهارم نامگن تلقی می‌شود. توابع توزیع ویکبی، پیرسون نوع (۳) و پارتو عمومی به‌عنوان توابع توزیع قابل برازش بر منطقه انتخاب شدند. در بررسی خصوصیات شدت و مدت شاخص SRI نیز، ایستگاه عبدالخان در استان خوزستان در خوشه چهارم به‌ترتیب با آماره  $D_i$  برابر ۲/۲۷ و ۲/۳۰، ایستگاه ناجور تشخیص داده شد و از مجموعه داده‌ها حذف شد. در این حالت نیز، حوضه در تمامی خوشه‌ها به‌جز خوشه سوم، همگن قابل قبول و در خوشه سوم، نامگن است. توابع توزیع لجستیک عمومی، پیرسون نوع (۳)، توزیع حدی تعمیم‌یافته، پارتو عمومی و نرمال عمومی به‌عنوان بهترین توابع توزیع قابل برازش بر منطقه انتخاب شدند. جزئیات محاسبات فوق در جدول ۴ نمایش داده شده است.

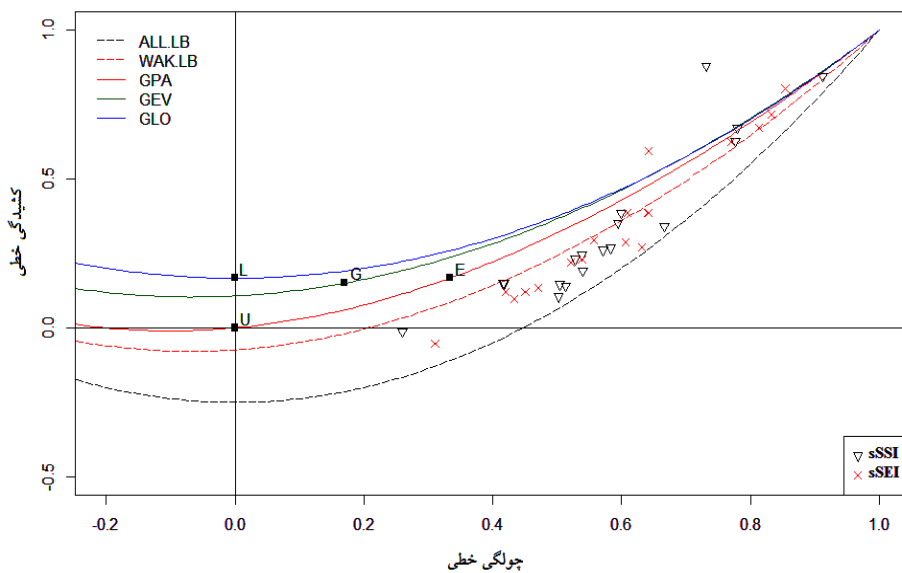
### بررسی همگنی حوضه از لحاظ شدت خشکسالی توأم دو

#### شاخص SEI-SSI در تداوم‌های مشترک

بدین منظور، ابتدا شدت خشکسالی توأم در طول دوره‌های مشترک خشک دو شاخص SEI و SSI محاسبه شد. نتایج آزمون ناجوری پیشنهاد شده توسط هاسکینگ و والیس (۸)

جدول ۴. آزمون ناهمگنی منطقه‌ای برحسب گشتاور خطی تک‌متغیره در بررسی خصوصیات شدت شاخص خشکسالی SEI، SRI و SSI در هر خوشه در حوضه

H <sub>3</sub>		H <sub>2</sub>		H <sub>1</sub>		منطقه	شاخص
مدت	شدت	مدت	شدت	مدت	شدت		
۱/۱۵	۰/۸۳	۱/۱۳*	۰/۶۳	۰/۲۵	۰/۰۸	I	شاخص خشکسالی SEI
۰/۹۳	۰/۸۸	-۰/۱۴	-۰/۶۸	-۰/۱۴	-۰/۳۷	II	
۲/۳۵*	۳/۰۵*	۰/۸۸	۱/۴۴*	۰/۱۵	۰/۳۰	III	
۱/۷۸	۱/۰۷	۰/۹۸	۰/۵۹	-۰/۱۶	-۰/۱۵	IV	
-۰/۵۵	-۱/۴۰	-۰/۴۳	-۱/۳۴	۰/۵۴	-۱/۲۰	I	شاخص خشکسالی SSI
-۰/۱۲	۰/۶۸	-۰/۱۰	۰/۹۶	۰/۱۵	۰/۹۳	II	
-۰/۳۰	۰/۴۹	-۰/۲۱	۰/۱۲	-۰/۱۴	-۰/۳۵	III	
۰/۰۶	۰/۲۶	۰/۶۷	۰/۱۱	۱/۸۵*	۱/۱۹*	IV	
-۰/۱۲	۰/۷۰	-۰/۶۳	-۰/۳۱	-۱/۰۶	-۰/۶۷	I	شاخص خشکسالی SRI
-۰/۹۷	-۰/۹۳	۰/۱۲	۰/۰۲	۰/۵۴	۰/۷۸	II	
۱/۹۶	۲/۱۰*	۱/۳۵*	۱/۴۳*	۱/۱۱*	۱/۵۵*	III	
-۱/۱۶	-۱/۸۲	-۱/۶۴	-۱/۶۷	-۰/۷۹	-۰/۷۷	IV	



شکل ۳. نمودار نسبت گشتاورهای خطی برای شدت خشکسالی دو شاخص منفرد SSI و SEI (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جدول ۵. مقادیر متغیرهای توابع توزیع منطقه‌ای منفرد، کاپولای منطقه‌ای و تاو کندال منطقه‌ای دو شاخص SEI و SSI

مقدار $\tau$ کندال منطقه‌ای	متغیر کاپولای منطقه‌ای	متغیرهای منطقه‌ای تابع توزیع ویکبی برای منطقه‌ای	متغیرهای منطقه‌ای تابع توزیع ویکبی برای شاخص خشکسالی منفرد SEI
		شاخص خشکسالی منفرد SSI	شاخص خشکسالی منفرد SEI
$x_i$	$-0/3846$	$x_i$	$-0/3337$
$\alpha$	$0/5070$	$\alpha$	$0/0837$
$\beta$	$0/4185$	$\beta$	$-0/0027$
$\gamma$	$2/1028$	$\gamma$	$2/3008$
$\delta$	$0/4597$	$\delta$	$0/4410$

ضریب همبستگی  $\tau$  کندال منطقه‌ای برای محاسبه متغیر  $\theta$  منطقه‌ای و محاسبه کاپولای منطقه‌ای به صورت جدول ۵ گزارش شده است.

در نهایت آزمون ناهمگنی منطقه‌ای برحسب گشتاور خطی چندمتغیره در حوضه، مورد بررسی قرار گرفت. با فرض ناهمگن بودن منطقه، حوضه بر اساس خصوصیت شدت توأم شاخص‌های خشکسالی SEI-SSI در تداوم‌های مشترک و مقدار  $\theta$  منطقه‌ای برابر  $1/946$  و  $H_1$  برابر با  $-2/568$  همگن قابل قبول است.

#### بررسی همگنی حوضه از لحاظ شدت خشکسالی توأم دو شاخص SEI-SRI در تداوم‌های مشترک

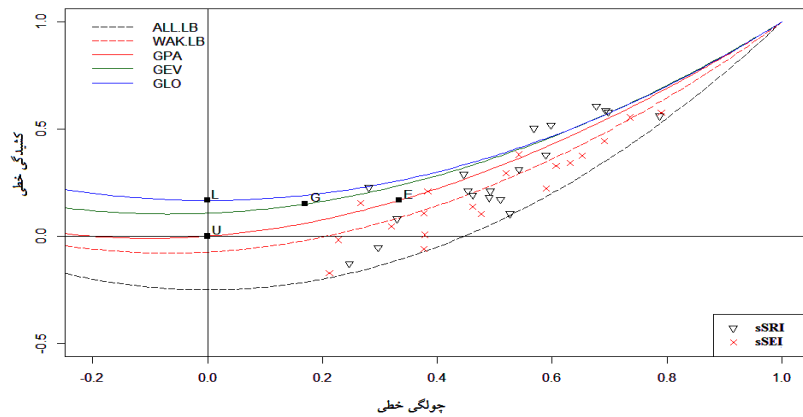
در این حالت نیز، ابتدا شدت خشکسالی توأم در طول دوره‌های مشترک خشک دو شاخص SEI و SRI محاسبه شد. در این حالت، به دلیل عدم مشاهده دوره‌های مشترک خشک در ایستگاه Q (در استان لرستان)، ایستگاه مورد نظر از مجموعه محاسبات حذف شد. مقادیر آماره  $D_i$ ، در ایستگاه‌های D، S، W، X و Y حاکی از آن است که ایستگاه‌های نامبرده، ناجور بوده و در ادامه فرایند بررسی همگنی منطقه، از مجموعه محاسبات حذف شدند. شکل ۴ نمودار نسبت گشتاورهای خطی تک‌متغیره برای شدت خشکسالی دو شاخص منفرد SEI و SRI را نمایش می‌دهد. بر اساس نمودار فوق نیز می‌توان بیان کرد که تابع توزیع ویکبی، بهترین تابع توزیع قابل برازش بر شدت

خشکسالی شاخص‌های منفرد SEI و SRI است. بر اساس متوسط مقادیر P Value برابر  $0/75$  و Test Statistic برابر  $0/0828$  در ایستگاه‌های مورد مطالعه کاپولای گامبل نیز، بهترین کاپولای قابل برازش بر شدت‌های توأم شاخص‌های خشکسالی SEI و SRI در تداوم‌های مشترک است.

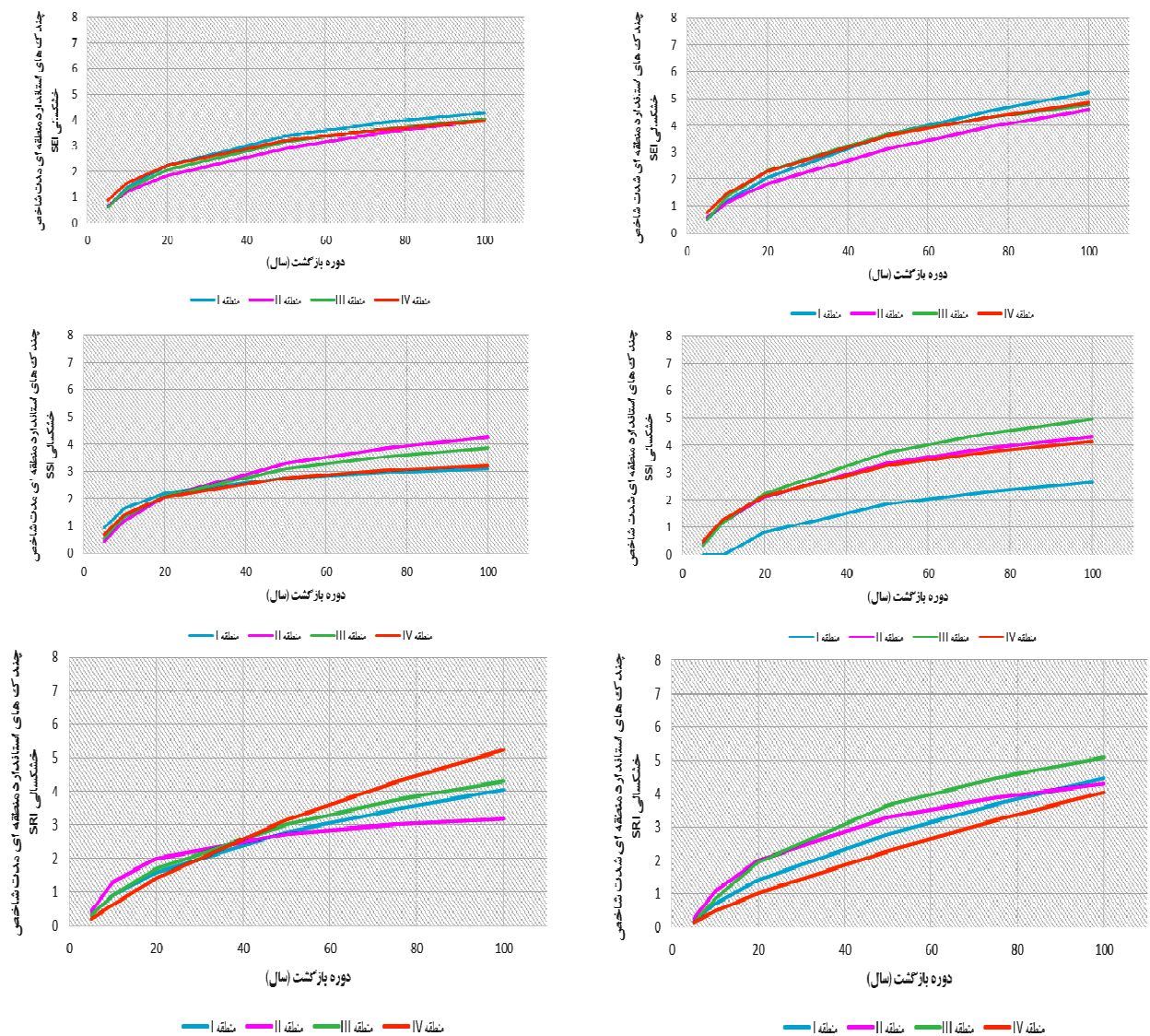
متغیرهای منطقه‌ای تابع توزیع ویکبی برای شدت شاخص‌های خشکسالی منفرد SEI و SRI، مقدار ضریب همبستگی  $\tau$  کندال منطقه‌ای برای محاسبه متغیر  $\theta$  منطقه‌ای و محاسبه کاپولای منطقه‌ای به صورت جدول ۶ گزارش شده است. در نهایت آزمون ناهمگنی منطقه‌ای برحسب گشتاور خطی چندمتغیره در حوضه، مورد بررسی قرار گرفت. حوضه بر اساس خصوصیت شدت توأم شاخص‌های خشکسالی SEI-SRI در تداوم‌های مشترک و مقدار  $\theta$  منطقه‌ای برابر  $1/809$  و مقدار  $H_1$  برابر با  $1/185$  ناهمگن است.

#### برآورد بزرگی و احتمال وقوع خصوصیات شدت و مدت شاخص‌های منفرد خشکسالی SEI، SSI و SRI در هر خوشه در حوضه آبریز کرخه

بر اساس توابع توزیع انتخاب شده در حالت تک‌متغیره در هر خوشه، مقادیر چندک‌های استاندارد منحنی رشد (کمیت‌های ایستگاهی) برای دوره‌های بازگشت مختلف، در هر خوشه در حوضه آبریز کرخه محاسبه شدند. چندک‌های ایستگاهی در شکل ۵ با تقسیم بر مقدار  $A_1$  و یا گشتاور اول (میانگین) شدت



شکل ۴. نمودار نسبت گشتاورهای خطی برای شدت خشکسالی دو شاخص منفرد SEI و SRI (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۵. منحنی رشد خصوصیات شدت و مدت شاخص خشکسالی SEI، SSI و SRI در هر خوشه در حوضه آبریز کرخه (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جدول ۶. مقادیر متغیرهای توابع توزیع منطقه‌ای منفرد، کاپولای منطقه‌ای و تاو کندال منطقه‌ای دو شاخص SEI و SRI

مقدار $\tau$ کندال منطقه‌ای	متغیر کاپولای منطقه‌ای	متغیرهای منطقه‌ای تابع توزیع ویکبی برای منطقه‌ای	متغیرهای منطقه‌ای تابع توزیع ویکبی برای شاخص خشکسالی منفرد SRI	شاخص خشکسالی منفرد SEI
			$x_i$	$x_i$
			$\alpha$	$\alpha$
			$\beta$	$\beta$
			$\gamma$	$\gamma$
			$\delta$	$\delta$

به این ویژگی سفره‌های کارستیک در حوضه، تأثیر وقوع خشکسالی هواشناسی بر منابع آب ناچیز بوده و خشکسالی هیدرولوژیکی با تأخیر زمانی نسبت به خشکسالی هواشناسی اتفاق می‌افتد. نتیجه فوق، با نتایج حاصل از پژوهش مصباح‌زاده و سلیمانی ساردو (۱۵) در حوضه مورد مطالعه مطابقت دارد.

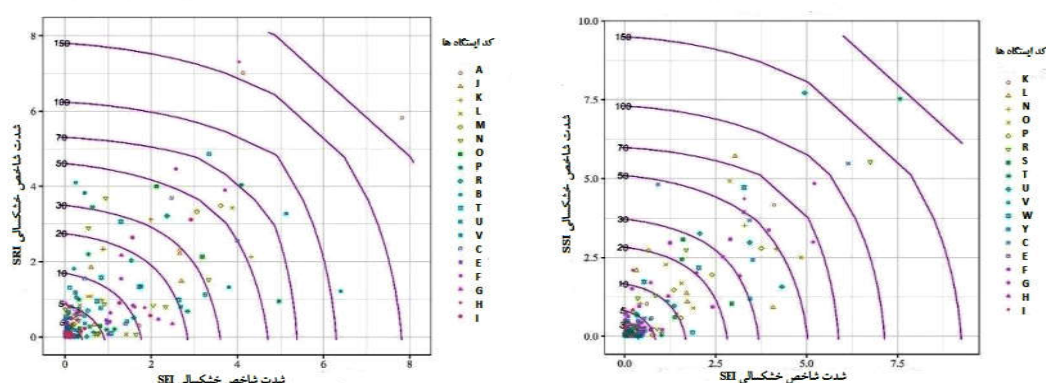
#### برآورد بزرگی و احتمال وقوع شاخص‌های خشکسالی توأم

##### SEI-SSI و SEI-SRI

بر اساس نتایج پیشین، حوضه خوشه‌بندی شده نیز در تمامی خوشه‌ها از لحاظ شاخص SEI همگن قابل قبول، لیکن در خوشه چهارم از لحاظ شاخص SSI ناهمگن شناسایی شد. در حالت چندمتغیره به‌طور کلی با در نظر گرفتن هر دو شاخص با هم، با حذف ۷ ایستگاه از مجموعه ایستگاه‌های موجود در حوضه و انجام محاسبات با ۱۸ ایستگاه باقی‌مانده، حوضه با مقدار آماره  $H_1$  برابر ۲/۵۶۸- همگن قابل قبول شناسایی شد. همچنین، حوضه در خوشه سوم از لحاظ شاخص SRI نیز ناهمگن شناسایی و در حالت چندمتغیره با در نظر گرفتن دو شاخص SEI و SRI با هم، با حذف ۶ ایستگاه از مجموعه ایستگاه‌های موجود در حوضه و انجام محاسبات با ۱۹ ایستگاه باقی‌مانده، حوضه با مقدار آماره  $H_1$  برابر ۱/۱۸۵ ناهمگن شناسایی شد. در این حالت توأم، بر اساس شکل ۶، بخش زیادی از حوضه در معرض خشکسالی‌های کوتاه و پیاپی شاخص ترکیبی SEI-SSI با شدت ۰/۵ تا ۱/۵ SEI و حدود ۱ SSI و شاخص ترکیبی SEI-SRI، با شدت ۰/۵ تا ۲ SEI و حدود ۱ SRI قرار خواهند گرفت.

و مدت شاخص‌های خشکسالی در هر ایستگاه نمودار منحنی رشد را تشکیل دادند که در واقع نمایانگر چندک‌های استاندارد منطقه‌ای شدت و مدت شاخص‌های خشکسالی در دوره بازگشت‌های مختلف است. بر اساس نمودارهای فوق می‌توان بیان کرد که در دوره بازگشت‌های کوتاه و معادل ۵ تا ۲۰ سال، حوضه آبریز کرخه به ترتیب از لحاظ شاخص‌های خشکسالی SEI، SSI و SRI خشکی شدیدتری را تجربه خواهد کرد. این روند در دوره بازگشت‌های بزرگ معادل ۵۰ تا ۱۰۰ سال به ترتیب به صورت SEI، SRI و SSI تغییر پیدا خواهد کرد. روند فوق، در خصوص مدت خشکسالی نیز صادق بوده، لیکن در دوره بازگشت‌های ۲۰ تا ۱۰۰ سال روند افزایش خشکسالی به صورت شاخص‌های SRI، SEI و SSI تغییر پیدا خواهد کرد. فرسادی و همکاران (۶) نیز در پژوهش خود بیان کردند که مناطق جنوب و غرب حوضه کرخه به دلیل وقوع خشکسالی‌ها با دوره بازگشت‌های کوتاه، با خطر خشکسالی بیشتری تهدید می‌شود و خشکسالی هیدرولوژیکی در قسمت‌های شمال شرقی حوضه کرخه با احتمال وقوع کمتر و دوره بازگشت طولانی‌تری رخ می‌دهد که با نتایج حاصل از پژوهش فوق، مطابقت دارد.

بایستی بیان کرد که وقوع خشکسالی در منطقه، اثر خود را با تأخیر زمانی روی منابع آب سطحی نشان داد. در واقع، بر اساس شرایط زمین‌شناسی حوضه، آب قبل از رسیدن به خروجی حوضه، در سفره‌های زیرزمینی نفوذ کرده و در نتیجه، بخش قابل ملاحظه‌ای از بارندگی‌ها در این سفره‌ها ذخیره می‌شود. با توجه



شکل ۶. منحنی رشد منطقه‌ای شاخص‌های خشکسالی توأم: الف) SEI-SSI و ب) SEI-SRI (رنگی در نسخه الکترونیکی)

## بحث

در این پژوهش، به بررسی شدت خشکسالی در تداوم‌های مشترک به صورت چندمتغیره در حوضه آبریز کرخه پرداخته شد. نتایج بررسی خشکسالی به صورت چندمتغیره در حوضه حاکی از آن است که تابع کاپولای گامبل بهترین کاپولای قابل برآزش بر منطقه است. همچنین، حوضه از نظر شدت شاخص‌های توأم SEI-SSI در تداوم‌های مشترک همگن قابل قبول و از لحاظ شاخص توأم SEI-SRI ناهمگن شناسایی شد. غیرهمگن بودن بخش‌هایی از حوضه مورد مطالعه از لحاظ برخی شاخص‌های خشکسالی تک‌متغیره نظیر SRI و SSI و چندمتغیره نظیر SEI-SRI به نوعی اهمیت همگن‌سازی هیدرولوژیکی را در مطالعات تحلیل فراوانی منطقه‌ای بیان می‌کند. بایستی توجه داشت که کاربرد آزمون همگنی و آماره‌های آن بدون استفاده از دیاگرام نسبت گشتاورهای خطی، ممکن است نتایج همگنی درستی را ارائه ندهد.

نتایج کلی حاکی از آن است که اکثر ایستگاه‌های مورد مطالعه در حوضه آبریز کرخه در طول دوره آماری ۱۹۹۶ تا ۲۰۱۹ از لحاظ شاخص‌های SEI، SRI و SSI (به صورت تک‌متغیره و چندمتغیره) با خشکسالی مواجه بوده‌اند که نتایج فوق، با نتایج حاصل از پژوهش کریمی و همکاران (۱۰) مطابقت دارد. فاصله زمانی ایجاد شده میان وقوع خشکسالی‌های هواشناسی، کشاورزی و هیدرولوژیکی و همچنین، ناهمگنی منطقه در

خوشه سوم و چهارم به ترتیب از لحاظ شاخص‌های خشکسالی SRI و SSI می‌تواند به این دلیل باشد که بیشتر حوضه آبریز کرخه را مناطق کوهستانی دربر گرفته است. توزیع نامناسب بارندگی از لحاظ زمانی و مکانی، زیاد بودن متوسط شیب حوضه (۱۷/۲ درصد)، پوشش گیاهی فقیر و تخریب اراضی و شرایط زمین‌شناسی حوضه (کارستی و آهکی) از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر آن هستند. این نتایج، با نتایج حاصل از پژوهش کوشکی و همکاران (۱۳) مطابقت دارد. همچنین، برآورد بزرگی انواع خشکسالی‌های توأم و احتمال وقوع آنها نشان داد که نواحی شمالی و جنوبی حوضه در معرض خشکسالی‌های کوتاه و پیاپی با دوره بازگشت‌های ۵ تا ۲۰ سال و نواحی شمال شرقی، شرقی، جنوب شرقی و جنوب غربی حوضه در معرض خشکسالی با دوره بازگشت‌های ۲۰ تا ۱۰۰ سال قرار خواهند گرفت. گفتنی است که برآوردهای منطقه‌ای و ایستگاهی خشکسالی به صورت چندمتغیره در دوره بازگشت‌های کمتر از ۲۰ سال، برای شاخص‌های توأم تفاوت چندانی نداشته و حوضه از لحاظ آنها در معرض تهدید جدی خشکسالی قرار دارد.

## نتیجه‌گیری

داده‌های معتبر و بلندمدت که پیش‌نیاز اغلب مطالعات هیدرولوژیکی و منابع آب در اکثر نقاط کشور هستند، دارای

آمده و به کمک این مدل‌ها می‌توان در هر نقطه از حوضه آبریز به خصوص نواحی که فاقد آمار کافی برای مطالعات هیدرولوژی هستند، از روابط چندک‌های بی‌بعد ناحیه‌ای استفاده کرده و احتمال توأم وقوع خشکسالی را تخمین زد. گفتنی است که استفاده از یک نوع تابع توزیع مناسب در حالت چندمتغیره برای تمامی نواحی مورد مطالعه، کاربردی‌تر و مؤثرتر واقع خواهد شد (۷). مدل‌سازی دو متغیره منطقه‌ای ویژگی‌های شدت و مدت خشکسالی با استفاده از گشتاورهای خطی چندمتغیره و توابع کاپولا اطلاعات ارزشمندی را برای مدیریت منابع آب و ارزیابی ریسک خشکسالی فراهم می‌کند.

نقصان و کمبود بوده و بنابراین انجام تحلیل فراوانی منطقه‌ای برای بررسی همگنی پدیده‌های هیدرولوژی از جمله خشکسالی ضروری به نظر می‌رسد. از سوی دیگر، تشخیص دقیق ایستگاه‌های ناسازگار در یک منطقه ناهمگن و برآورد متغیرهای منطقه‌ای یک توزیع آماری، دو مسئله مهم در تجزیه و تحلیل فراوانی‌های منطقه‌ای چندمتغیره محسوب می‌شود. نتایج این پژوهش در راستای تحلیل فراوانی منطقه‌ای با استفاده از گشتاورهای خطی چندمتغیره و توابع کاپولا نشان داد که روش فوق، به راحتی همبستگی موجود بین متغیرهای هیدرولوژیک را مدل کرده که این امر شناخت جامع‌تری از رفتار پدیده‌های مختلف هیدرولوژیک در اختیار می‌گذارد. با استفاده از نتایج به دست

#### منابع مورد استفاده

1. Abbasian, M. and A. Abrishamchi. 2014. Comparison of multivariate with univariate analysis for drought event using copula functions. 9th National Congress of Civil Engineering, Noshirvani University of Babol.
2. Abdi, A., Y. Hassanzadeh, S. Talatahari, A. Fakheri Fard and R. Mirabbasi. 2016. Regional bivariate modeling of droughts using L-comoments and copulas. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment Journal* 1-12.
3. Abdi, A., Y. Hasanzadeh, S. Talatahari, A. Fakheri-Fard, R. Mirabbasi and T. B. M. J. Quarda. 2017. Multivariate Regional Frequency Analysis: Two New Methods to Increase the Accuracy of Measures. *Advances in Water Resources Journal* 290-300.
4. Chebana, F., T. B. M. J. Quarda and T. C. Duong. 2013. Testing for multivariate trends in hydrologic frequency analysis. *Journal of Hydrology* 486: 519-530.
5. Eslamian, S. and S. Soltani Kopai. 2002. Flood Frequency Analysis. Arkan Publications.
6. Farsadnia, F., B. Ghahreman, R. Modarres and A. R. Moghaddam Nia. 2018. Frequency analysis of hydrological drought in Karkheh basin using bivariate statistical analysis. *Journal of Soil and Water Sciences (Agricultural Science and Technology and Natural Resources)* 22(3): 339-355.
7. Fathian, F. and H. Ahmadzadeh. 2012. Frequency analysis of flood zones using linear torque method based on clustering analysis in Urmia Lake basin. *Irrigation Science and Engineering (Scientific Journal of Agriculture)* 35(3): 95-106.
8. Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis. 1997. Regional Frequency Analysis: An Approach Based on L-Moments, Cambridge University Press, Cambridge.
9. Hou, W., P. Yan, G. Feng and D. Zuo. 2021. A 3D copula method for the impact and risk assessment of drought disaster and an example application. *Frontiers in Physics* (9): 1-14.
10. Karimi, M., K. Shahedi, T. Razei and M. H. Miryaghoubzadeh. 2019. Efficiency of vegetation indices in agricultural drought analysis using remote sensing technique in Karkheh watershed. *Iranian Journal of Remote Sensing and GIS* 11(4): 29-46.
11. Khani Tamleih, Z. A., H. Rezaei and R. Mir Abbasi Najafabadi. 2020. Application of nested Coppola functions for frequency analysis of four variables of meteorological droughts (Case study: West of Iran). *Journal of Soil and Water Resources Protection* 10(1): 93-111.

12. Khani Tamalieh, Z. A., H. Rezaei and R. Mir Abbasi Najafabadi. 2020. Frequency analysis of drought characteristics in eastern Iran using nested Coppola functions. *Iranian Journal of Water Resources Research* 16(2): 202-213.
13. Kushki, R., M. Rahimi, M. Amiri, M. Mohammadi and J. Dastourani. 2017. Investigation of temporal relationship between meteorological and hydrological drought in Karkheh catchment. *Journal of Echo Hydrology* 4(3): 687-698.
14. Lee, S. H., S. H. Yoo, J. Y. Choi and S. Bae. 2017. Assessment of the impact of climate change on drought characteristics in the Hwanghae plain, North Korea using time series SPI and SPEI. *Water* 9(579): 1981-2100.
15. Mesbahzadeh, T. and F. Soleimani Sardo. 2018. Investigation of time trend of hydrological and meteorological drought in Karkheh catchment. *Iranian Journal of Watershed Management Science and Engineering* 12(40):105-114.
16. Mohit Esfahani, P., S. Soltani Kopai, R. Modares and S. Pourmanafi. 2018. Evaluation of MSDI multivariate drought index and meteorological-agricultural drought monitoring in Chaharmahal and Bakhtiari province. *Journal of Soil and Water Sciences* 24(3): 33-47.
17. Seyedabdi, M. R., M. R. Kavianpour and S. Moazami. 2020. Multivariate drought risk analysis based on copula functions: a case study. *Water Supply* 2375-2388.
18. Shah, D. and B. Mirsha. 2020. Integrated drought index (IDI) for drought monitoring and assessment in India. *Water Resource Journal* 56(2): 1-22.
19. Won, J., J. Choi, O. Lee and S. Kim. 2020. Copula-based Joint Drought Index using SPI and EDDI and its application to climate change. *Science of the Total Environment* 744: 1-16.
20. Xu, L., P. Abbaszadeh, H. Moradkhani, N. Chen and X. Zhang. 2020. Continental drought monitoring using satellite soil moisture, data assimilation and an integrated drought index. *Remote Sensing of Environment* 250: 1-47.
21. Zhang, Q., T. Qi, V. P. Singh, Y. D. Chen and M. Xiao. 2015. Regional frequency analysis of droughts in China: A multivariate perspective. *Water Resources Management*, Published Online 1-21.
22. Zhang, B. and C. He. 2015. A modified water demand estimation method for drought identification over arid and semiarid regions. *Agricultural and Forest Meteorology* 1-9.
23. Zhang, X., N., Chen, J., Li, Z., Chen, and D., Niyogi. 2017. Multi-sensor integrated framework and index for agricultural drought monitoring. *Remote Sensing of Environment* 188: 141-163.



## Regional Frequency Analysis of Drought Severity of SEI-SRI and SEI-SSI Indices in Common Duration Using Multivariate L-Moments and Copula Functions (Case Study: Karkheh River Basin)

S. Parvizi<sup>1\*</sup>, S. Eslamian<sup>1</sup>, M. Gheysari<sup>1</sup>, A. R. Gohari<sup>1</sup>, S. Soltani Koupai<sup>2</sup>  
and P. Mohit Isfahani<sup>2</sup>

(Received: September 6-2021 ; Accepted: December 12-2021)

### Abstract

Investigation of homogeneity regions using univariate characteristics is an important step in the regional frequency analysis method. However, some hydrological phenomena have multivariate characteristics that cannot be studied by univariate methods. Droughts are one of these phenomena their definition as univariate will not be effective for risk assessment, decision-making, and management. Therefore, in this study, the regional frequency analysis of drought was studied in multivariate methods using SEI (Standardized Evapotranspiration Index), SSI (Standardized Soil Moisture Index), and SRI (Standardized Runoff Index) indices in the Karkheh River basin from 1996 to 2019. The indices calculated probabilistic distribution between the variables of evapotranspiration, runoff, and soil moisture using multivariate L-moments method and Copula functions and considered meteorological, agricultural, and hydrological droughts simultaneously. The results of multivariate regional frequency analysis considering the Copula Gumbel as the regional Copula showed that the basin is homogeneous in terms of severity of SEI-SSI combined drought indices and is heterogeneous in terms of severity of SEI-SSI combined drought indices. However, after clustering the basin into four homogeneous areas in terms of characteristics of SPI (Standardized Precipitation Index), the basin is homogeneous in all areas in terms of univariate SEI, SSI, and SRI indices and is heterogeneous in the third and fourth clusters of SRI and SSI drought indices. Pearson Type (III), Pareto, normal, and general logistics distribution functions were found suitable to investigate the characteristics of SEI, SSI, and SRI drought indices in this case. Finally, large estimates of the types of combined droughts and their probability of occurrence showed that the northern and southern parts of the Karkheh River basin will experience short and consecutive droughts in the next years. Droughts in areas without meteorological data can be predicted in terms of joint probability using the multivariate regional frequency analysis method proposed in this study.

**Keywords:** Homogeneity tests, Discordant stations, Growth curve, Drought severity, Drought duration, Karkheh river basin

1. Department of Water Engineering, College of Agricultural Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

2. Department of Rangeland and Watershed Management, Faculty of Natural Resources, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

\*: Corresponding author, Email: s.parvizi@ag.iut.ac.ir.