

اصلاح معادله بیلان حجم برای محاسبه پیشروی جریان آب در جویچه با استفاده از عمق واقعی جریان در مقطع ورودی

رضا لاله زاری^{۱*}، سعید برومندنسب^۲ و مهدی بهرامی^۳

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۴/۳۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱/۲۷)

چکیده

سرعت پیشروی از فاکتورهای مهم در طراحی و شبیه‌سازی سیستم‌های آبیاری سطحی به‌شمار می‌رود. بیلان حجم یک مدل ساده طراحی و مدیریتی سیستم آبیاری سطحی است که بر پایه معادله پیوستگی ایجاد شده است. در گذشته مدل‌های بیلان حجم بر این فرض استوار بود که عمق جریان سطحی در بالادست ثابت و برابر با عمق نرمال می‌باشد که این فرض اولیه امکان بروز خطای معنی‌دار را در محاسبه پیشروی جریان فراهم می‌آورد. در این تحقیق مدل بیلان حجم اصلاح شده برای پیش‌بینی منحنی پیشروی در آبیاری شیاری توسعه یافته است. در مدل پیشنهادی عمق جریان در ابتدای شیار متغیر با زمان و برابر با عمق واقعی جریان در این مقطع در نظر گرفته شد. طول پیشروی پیش‌بینی شده توسط روش بیلان حجم کلاسیک، بیلان حجم ترکیبی با اینرسی صفر و مدل اصلاح شده بیلان حجم در تحقیق حاضر با داده‌های مشاهده‌ای به‌دست آمده از سه طول شیار ۶۰، ۸۰ و ۹۰ متری مقایسه گردید. شاخص‌های ارزیابی دقت مدل اصلاح شده را بیشتر از دو مدل دیگر با RMSE به‌ترتیب ۹/۲۶، ۷/۳۷ و ۶/۷۶ نشان می‌دهد. آنالیز حساسیت نشان داد که دبی ورودی بیشترین تأثیر را در مدل داشته و مدل ارائه شده در مقایسه افزایش دبی نسبت به کاهش دبی حساسیت بیشتری دارد.

واژه‌های کلیدی: پیشروی، آبیاری شیاری، بیلان حجم و آنالیز حساسیت

۱. گروه آبیاری و زهکشی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات خوزستان، باشگاه پژوهشگران جوان، اهواز، ایران
۲. گروه آبیاری و زهکشی، دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز
۳. گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فسا
*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: lalehzari@hotmail.com

مقدمه

سطح مقطع جریان در بالادست. به دلیل عدم قطعیت در برآورد ارتفاع آب در طول شیار روابطی برای محاسبه پروفیل سطحی جریان به صورت زیر ارائه شده است (۱۵).

$$y(x,t) = y(t) \left(1 - \frac{x}{s(t)} \right)^b \quad [1]$$

که $y(x,t)$ عمق جریان (متر) در نقطه x و در زمان t است. $s(t)$ فاصله پیشروی (متر) در زمان t و b ضریب ثابت که از رابطه زیر تخمین زده می شود.

$$b = \frac{0.45}{(1+P)^{1/2}} \quad [1]$$

P عامل وابسته به دبی، شیب و خصوصیات نفوذ می باشد که از رابطه (۳) به دست می آید.

$$P = \frac{\left(q.s. \left(\frac{y_n}{k} \right)^a \right)^{1/a}}{y_n^2} \quad [3]$$

در این رابطه q_0 دبی ورودی (مترمکعب بر ثانیه)، S_0 شیب طولی، y_n عمق نرمال جریان (متر)، a و k ضرایب معادله کاستیاکف لوئیس می باشند. برای تعیین حجم ذخیره سطحی از رابطه (۱) انتگرال گرفته می شود. معادلات (۴) و (۵) انتگرال گیری از رابطه (۱) و محدوده انتگرال گیری را نشان می دهند. با قرار دادن $x=0$ (در نظر گرفتن مقطع ورودی جریان) و محدود نمودن دامنه انتگرال به فاصله پیشروی در دو گام زمانی متوالی، اختلاف حجم ذخیره سطحی در دو بازه متوالی از رابطه (۶) به دست می آید.

$$v_{sur} = \int_0^{s(t)} y(t) \left(1 - \frac{x}{s(t)} \right)^b dx \quad [4]$$

$$v_{sur} = \frac{y(t)}{(s(t))^b} \times \frac{(s(t)-x)^{b+1}}{(1+b)} \Bigg|_{x=0}^{x=s(t)} \quad [5]$$

$$\Delta v_{sur} = \frac{(y_i S_i - y_{i-1} S_{i-1})}{(1+b)} \quad [6]$$

گلستانی و همکاران (۱) از معادله مذکور برای برآورد ذخیره سطحی در آبیاری جویچه ای با اصلاح دبی نسبت به عرض

آبیاری سطحی به واسطه سهولت در اجرا، بهره برداری و هزینه سرمایه گذاری اولیه پایین تر نسبت به روش های تحت فشار به عنوان شیوه غالب تأمین آب مورد نیاز گیاهان به شمار می رود و از این جهت بهبود آن مورد توجه کارشناسان بوده است (۸). حدود ۹۰ درصد از اراضی آبی ایران تحت پوشش این سیستم قرار دارد (۴). طراحی ضعیف و کمبود معیارهای مناسب در سیستم های آبیاری سطحی موجب آبیاری غیر مؤثر، اتلاف آب، آب گرفتگی و مشکلات شوری می گردد (۱۱). بنابراین می توان با مدیریت آب مصرفی در فاز طراحی با توجه به شرایط اقلیمی، خصوصیات خاک و گیاه، وضعیت زمین شامل شیب و ضریب زبری سطح مطلوبی از راندمان را به دست آورد.

ورود ابزارهای محاسبه سریع مانند کامپیوتر، کاربرد روش های ریاضی و هیدرولیکی را در شبیه سازی سطحی و زیرسطحی جریان آب در خاک را گسترش داده است. بر این اساس مدل های متعددی با ترکیب معادلات پیوستگی و مومنتوم مانند مدل هیدرودینامیک (۹)، مدل اینرسی صفر (۱۴) و مدل موج سینماتیک (۱۸) ارائه شده است. البته در دو مدل اخیر معادله مومنتوم برای افزایش سرعت محاسبات، فرضیاتی جهت ساده سازی در بخش مومنتوم صورت گرفته است.

مدل بیلان حجم گونه دیگری از ابزار شبیه ساز آبیاری سطحی است که با کنترل جریان ورودی و خروجی و لحاظ نمودن حجم ذخیره سطحی و زیرسطحی مراحل آبیاری را به فازهای پیشروی، ذخیره، تخلیه و پسروی تقسیم بندی می کند. مطالعات متعددی در خصوص ارزیابی و اصلاح اجزاء بیلان حجم جهت برآورد دقیق تر فازهای مذکور صورت گرفته است (۱، ۲، ۷، ۱۰ و ۱۶).

فاز پیشروی که از آغاز ورود آب به شیار تا رسیدن جبهه جریان به پایاب اتلاق می شود از مهمترین بخش های طراحی برای ایجاد تعادل میان رواناب و نفوذ عمقی می باشد. داده های ورودی مدل بیلان حجم برای محاسبه زمان پیشروی عبارتند از: دبی ورودی، رواناب خروجی، معادله نفوذ در طول شیار و

جریان در ابتدای شیار در زمان i است. فاک و بیشاپ (۵) این عمق را معادل عمق نرمال y_n فرض کردند و معادله طول پیشروی را با استفاده از معادله بیلان حجم به صورت معادله (۱۱) ارائه نمودند:

$$s_i = \frac{q_0 t}{\sigma_y y_n + \sigma_z k t^a} \quad [11]$$

زندپارسا و سپاسخواه (۱۳) نشان دادند معادله (۱۱) برای مسافت‌های کوتاه و شیب‌های تند به دلیل نرسیدن عمق جریان در مقطع ورودی به عمق نرمال با خطا مواجه است. بنابراین پیشنهاد کردند که از عمق واقعی در معادله استفاده گردد و معادله (۱۱) را به صورت ذیل اصلاح شد.

$$y_i = \left(\frac{q_i n^2}{S_i + \frac{y_i}{s_i}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad [12]$$

با ترکیب معادلات (۹) و (۱۲)، معادله (۱۳) برای بیان بیلان حجمی در جویچه به دست می‌آید:

$$F(y) = S_i y_i^{\frac{10}{3}} + \frac{1}{A} y_i^{\frac{16}{3}} + \frac{(1+b)\sigma_z Z_1}{A} y_i^{\frac{12}{3}} - q_i n^2 = 0 \quad [13]$$

حل معادله (۱۳) به روش نیوتن - رافسون تا رسیدن به عمق جریان در ابتدای شیار منجر به محاسبه عمق جریان در گام‌های زمانی مختلف از رابطه (۱۴) و (۱۵) شد که به عنوان روش اصلاح شده در مطالعه از آن یاد می‌شود:

$$F'(y) = \frac{10}{3} S_i y_i^{\frac{7}{3}} + \frac{16}{3A} y_i^{\frac{13}{3}} + \frac{12(1+b)\sigma_z Z_1}{3A} y_i^{\frac{9}{3}} \quad [14]$$

$$y_i^{j+1} = y_i^j - \frac{F(y)}{F'(y)} \quad [15]$$

برای شبیه‌سازی فاصله پیشروی توسط مدل اصلاح شده بیلان حجم، تعداد سه جویچه آزمایشی به طول‌های ۶۰، ۸۰ و ۹۰ متر، به عرض ۴۰ سانتی‌متر و با شیب طولی ۰/۰۰۱ با بافت خاک لوم رسی در مزرعه آزمایشی دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه

جویچه استفاده کردند. حال (۶) حجم جریان زیرسطحی را از رابطه (۷) محاسبه کرد:

$$\Delta v_{sub} = \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{(Z_{i-k+1} - Z_{i-k}) \Delta s_k}{2} \right) + \sigma_z Z_1 (s_i - s_{i-1}) \quad [7]$$

بنابراین با نوشتن رابطه بیلان حجم رابطه زیر بین ذخیره سطحی و زیر سطحی برقرار می‌شود (معادله ۸):

$$q_i \Delta t_i = \Delta v_{sur,i} + \Delta v_{sub,i} \quad [8]$$

والیانزاس (۱۵) با استخراج رابطه بالا و فرض اینرسی صفر رابطه ترکیبی بیلان حجم و اینرسی صفر را ارائه و دقت مدل ترکیبی را بیشتر از مدل بیلان حجم ارزیابی نمود.

هدف از این تحقیق ترکیب رابطه فوق و فرض عمق واقعی جریان در ابتدای شیار و ارائه مدل اصلاح شده بیلان حجم می‌باشد. مدل تهیه شده با مدل بیلان حجم کلاسیک (۱۹) و مدل ترکیبی بیلان حجم - اینرسی صفر (۱۵) مقایسه و دقت مدل‌ها در شرایط تغییر پارامترهای ورودی بررسی گردید.

مواد و روش‌ها

در گذشته روابط مختلف محاسبه زمان و فاصله پیشروی جریان در جویچه با لحاظ نمودن پارامترهای واقعی جریان و پرهیز از کاربرد ضرایب تخمینی اصلاح شده‌اند. معادله پیشنهاد شده در تحقیق حاضر بر اساس روابط فوق و روش نیوتن - رافسون استخراج شده و دقت نتایج آن برای پیش‌بینی منحنی پیشروی جریان مطالعه و تحلیل حساسیت گردید.

اگر معادله (۶) و (۷) در معادله (۸) جایگزین گردد، فاصله پیشروی در هر زمان از رابطه (۹) به دست می‌آید:

$$s_i = \frac{C}{y_i + (1+b)\sigma_z Z_1} \quad [9]$$

$$C = q_i \Delta t_i (1+b) + y_{i-1} s_{i-1} + (1+b)\sigma_z Z_1 s_{i-1} - (1+b) \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{(Z_{i-k+1} - Z_{i-k}) \Delta s_k}{2} \right) \quad [10]$$

در معادله (۹) تنها پارامتر مجهول در هر گام زمانی y_i عمق

ضریب کارایی مدل (ME) از یک برای بهترین حالت تا منفی بینهایت برای بدترین حالت متغیر است.

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 - \sum_{i=1}^n (x_{p_i} - x_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad [18]$$

در معادلات فوق x_p : فاصله پیشروی تخمین زده شده توسط هر مدل، x_0 : فاصله پیشروی اندازه‌گیری شده در هر شیار، i : شماره هر گام زمانی و n : تعداد گام‌های زمانی.

نتایج و بحث

شکل‌های ۱ تا ۳ منحنی پیشروی به‌روش‌های مذکور و داده‌های اندازه‌گیری شده در شیارهای به طول ۹۰، ۸۰ و ۶۰ متر را نشان می‌دهند.

در شیار با طول ۹۰ متر در ۳۰ متر ابتدایی مدل‌های بیلان حجم تخمین بهتری از زمان پیشروی داشته و بعد از آن منحنی‌ها از داده‌های مشاهداتی فاصله گرفته و مدل اینرسی صفر نتایج بهتری داشت. در مجموع در بین روش‌های بیلان حجم، به ترتیب روش اصلاح شده، واکر و اسکوگرو و مدل ترکیبی با اینرسی صفر (والیانزاس) با RMSE، ۷/۸۶، ۸/۲۶ و ۸/۴۶ بهترین پیش‌بینی را انجام داده‌اند (شکل ۱).

در طول ۸۰ متر تفاوت در منحنی‌ها مشخص‌تر بوده و مانند مورد قبل با افزایش فاصله پیشروی از دقت روش‌های بیلان حجم کاسته می‌شود (شکل ۲). مطابق شکل ۴ شاخص خطای RMSE برای روش اصلاح شده کمترین مقدار و برای روش واکر و اسکوگرو بیشترین مقدار را دارد.

کمترین خطا در بین ۳ طول آزمایش شده برای شیار ۶۰ متر محاسبه گردید (شکل ۳). همانگونه که در شکل ۴ نیز نشان داده شده است در طول‌های کوتاه نتایج تمامی روش‌ها به هم نزدیک بودند.

تعیین بهترین روش بیلان حجم توسط شاخص‌های CRM و ME نیز انجام گرفت که نتایج آن در جدول ۱ آمده است. مطابق با این معیارها روش اصلاح شده بیلان حجم در تمام

شهید چمران اهواز احداث و با دبی ۱/۵ لیتر در ثانیه آبیاری شد. در آبیاری هر جویچه اندازه‌گیری پیشروی، رواناب و همچنین عمق جریان صورت گرفت. طول جویچه‌ها به فواصل ۵ متری علامت گذاری شده و پیشروی آب در جویچه ثبت شد. دبی ورودی و خروجی هر جویچه نیز بوسیله فلوم‌های WSC (تیپ ۲) که در ابتدا و انتهای جویچه نصب شده بود اندازه‌گیری شدند. با استفاده از اطلاعات فوق و از طریق معادله مانینگ، ضریب زبری متوسط هر جویچه جهت استفاده در مدل‌ها استخراج گردید. ضرایب معادله نفوذ کاستیاکف - لوئیس در هر نوبت آبیاری، نیز به‌روش دو نقطه‌ای به‌دست آمد.

منحنی پیشروی پیش‌بینی شده به‌وسیله سه روش بیلان حجم مذکور (روش اصلاح شده در این مطالعه، روش کلاسیک واکر - اسکوگرو (۱۹۸۷) و روش ترکیبی بیلان حجم - اینرسی صفر (والیانزاس، ۱۹۹۴)) توسط برنامه تهیه شده در نرم‌افزار Excel و روش اینرسی صفر با استفاده از نرم‌افزار Sirmod ترسیم گردید. نرم‌افزار Sirmod برای شبیه‌سازی هیدرولیکی آبیاری سطحی بر پایه حل عددی معادلات سنت - ونانت توسعه یافته و مدل‌های هیدرودینامیک، اینرسی صفر و موج سینماتیک را شامل می‌شود (۱۷).

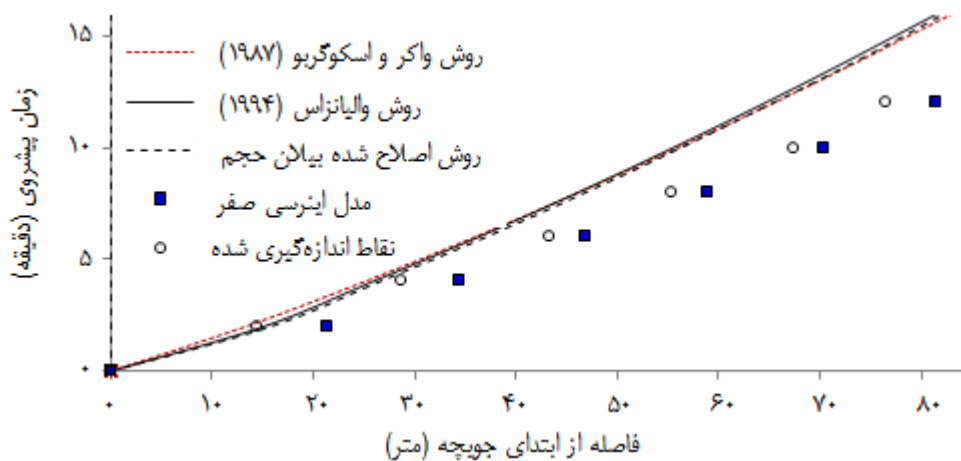
برای انتخاب بهترین روش بیلان حجم از روش ارزیابی متقابل استفاده شد. مقدار RMSE بین داده‌های محاسباتی و مشاهداتی برای انتخاب بهترین روش میانبایی به‌صورت رابطه ذیل تعریف می‌گردد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{p_i} - x_i)^2}{n}} \quad [16]$$

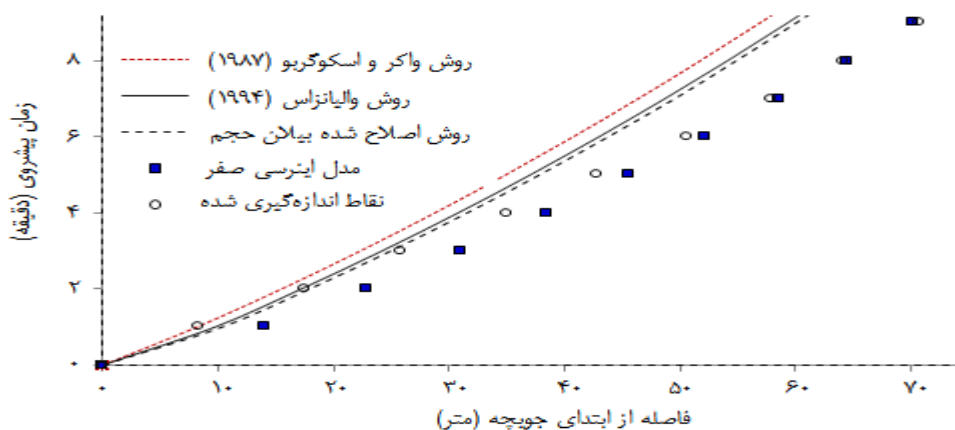
سایر معیارها در تعیین روش بهینه عبارتند از:

شاخص ضریب جرم مانده (CRM) که نشان دهنده میزان بیش‌برآوردی و کم‌برآوردی مدل نسبت به مقادیر واقعی است و به ترتیب با علامت‌های مثبت و منفی محاسبه می‌گردد (۱).

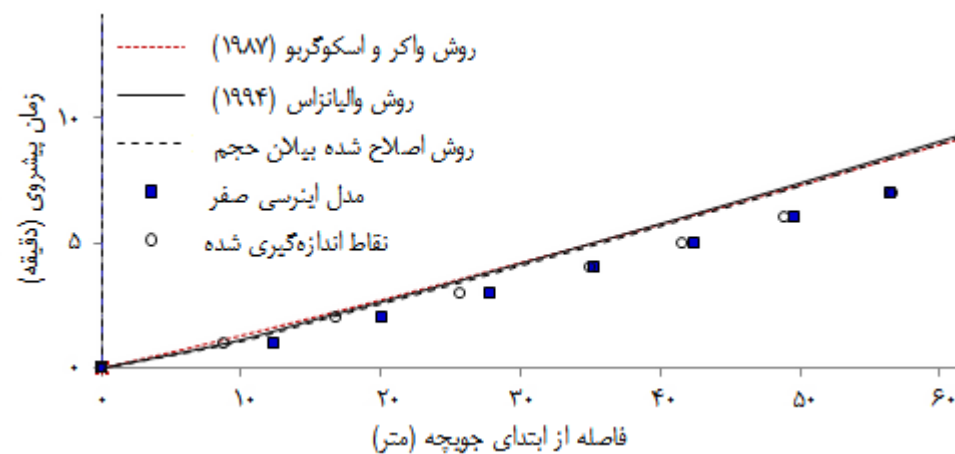
$$CRM = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{p_i} - x_i)}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad [17]$$



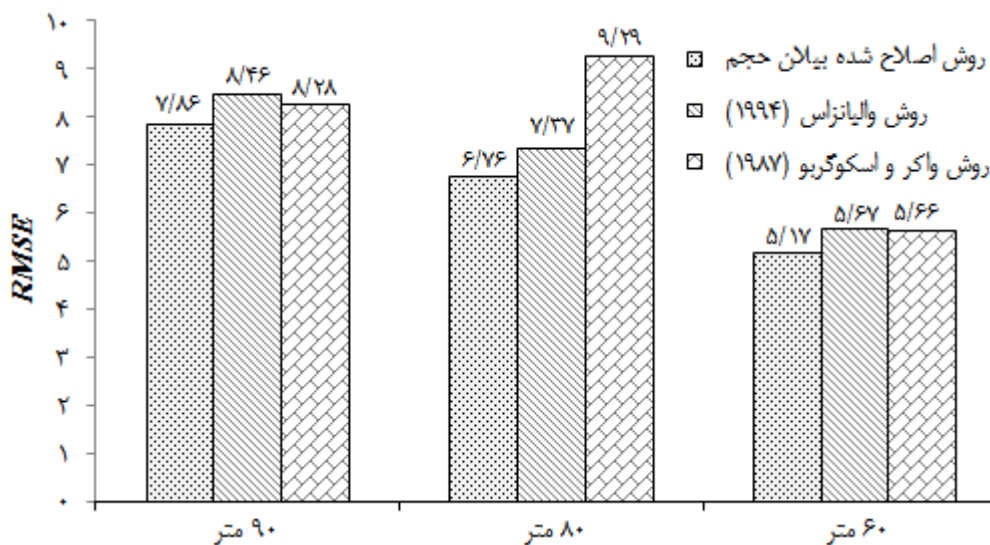
شکل ۱. مقایسه منحنی‌های پیشروی با داده‌های اندازه‌گیری شده در طول ۹۰ متر



شکل ۲. مقایسه منحنی‌های پیشروی با داده‌های اندازه‌گیری شده در طول ۸۰ متر



شکل ۳. مقایسه منحنی‌های پیشروی با داده‌های اندازه‌گیری شده در طول ۶۰ متر



شکل ۴. مقایسه خطای برآورد زمان پیشروی پیش‌بینی شده توسط روش‌های بیلان حجم

برای دبی ۳ لیتر در ثانیه در شکل ۶ آمده است. در دبی کمتر (شکل ۵) سرعت پیشروی محاسبه شده توسط روش‌های بیلان حجم کندتر از سرعت واقعی برآورد شده است. روش اصلاح شده بیلان حجم با اندکی اختلاف دقت بیشتری نسبت به دو روش دیگر دارد. نتایج شاخص‌های مقایسه‌ای که روی شکل آمده است برای این روش به نقطه بهینه نزدیک‌تر است و بعد از آن روش وایانزاس و سپس روش کلاسیک واکر-اسکوگرو قرار دارد.

با افزایش دبی به دو برابر مقدار اولیه، مدل اصلاح شده بیلان حجم در این تحقیق فاصله پیشروی را با خطای کمتر و اختلاف بیشتر نسبت به روش واکر-اسکوگرو شبیه‌سازی می‌کند (شکل ۶). ضریب کارایی مدل در این حالت ۰/۹۹ است که به خوبی قابلیت مدل را نشان می‌دهد. این مطلب نشان داد با افزایش دبی بهتر است به جای استفاده از ضریب شکل سطحی برای تخمین سطح مقطع متوسط جریان از روابط شبیه‌ساز پروفیل سطح آب استفاده کرد.

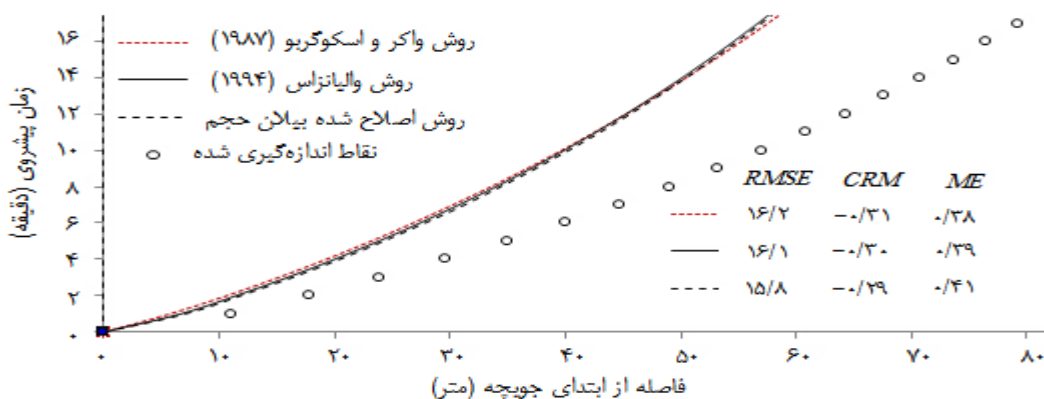
برای تحلیل حساسیت مدل اصلاح شده بیلان حجم، ۵ پارامتر ورودی شامل دبی، شیب طولی، ضریب زبری، ضریب نفوذپذیری و سرعت نفوذ نهایی انتخاب گردید. در هر مرحله مقدار اولیه یکی از داده‌های مذکور ۵۰ درصد اضافه و کم شده

طول‌ها خطای کمتری را در برآورد فاصله پیشروی داشته است. مدل واکر-اسکوگرو در شیار ۸۰ متری کمترین دقت و دو مدل دیگر در این طول بهترین تخمین را داشته‌اند. همان‌گونه که در شکل ۴ نیز نشان داده شده است با افزایش طول جویچه دقت هر سه روش برای برآورد زمان پیشروی با خطای بیشتری مواجه است، اما مدل واکر و اسکوگرو برای شیار ۸۰ متر کمترین دقت را داشته که احتمالاً به دلیل خطای برآورد معادله نفوذ یا خطای مدل است. زیرا روش مذکور نکته قابل ذکر در همه آزمایش‌ها این است که شاخص ضریب جرم باقی‌مانده در تمام روش‌ها منفی است یا به عبارت بهتر مدل‌های بیلان حجم در همه طول‌ها طول پیشروی را کمتر از مقدار واقعی برآورد کرده‌اند.

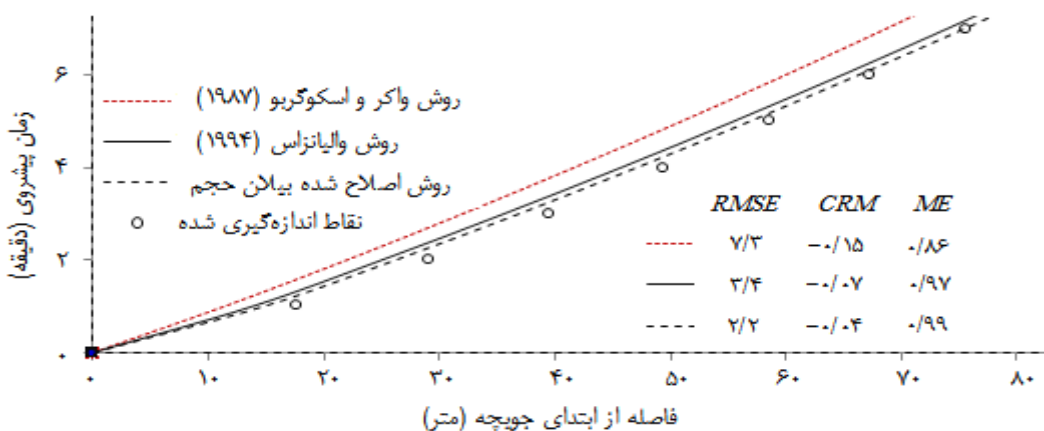
بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده از مشاهدات مزرعه‌ای مدل آبیاری شیاری آزمایش با استفاده از نرم‌افزار Sirmod در طول ۸۰ متر تهیه گردید. مدل اینرسی صفر نسبت به مدل‌های هیدرودینامیک و موج سینماتیک برآزش بهتری به فاصله پیشروی اندازه‌گیری شده نشان داد. بنابراین با پایه قرار دادن مدل اینرسی صفر قابلیت پیش‌بینی مدل‌های بیلان حجم در حالت تغییر دبی ورودی به نصف و دو برابر مقدار اولیه تعیین شد. نتایج شبیه‌سازی برای دبی ۰/۷۵ لیتر در ثانیه در شکل ۵ و

جدول ۱. مقایسه مدل‌های بیلان حجم بر اساس شاخص ضریب جرم باقیمانده (CRM) و ضریب کارایی (ME)

ME			CRM			شاخص ارزیابی
۹۰	۸۰	۶۰	۹۰	۸۰	۶۰	طول شیار
۰/۸۵۱	۰/۸۱۷	۰/۸۷۴	-۰/۱۵۴	-۰/۱۷۹	-۰/۱۵۱	روش بیلان حجم واکر- اسکوگربو
۰/۸۴۵	۰/۸۸۵	۰/۸۷۴	-۰/۱۴۸	-۰/۱۳۲	-۰/۱۴۲	روش ترکیبی بیلان حجم و اینرسی صفر
۰/۸۶۶	۰/۹۰۳	۰/۸۹۵	-۰/۱۳۳	-۰/۱۱۶	-۰/۱۲۵	روش اصلاح شده بیلان حجم



شکل ۵. مقایسه منحنی‌های پیشروی با نصف کردن دبی ورودی (۰/۷۵ lit/s)

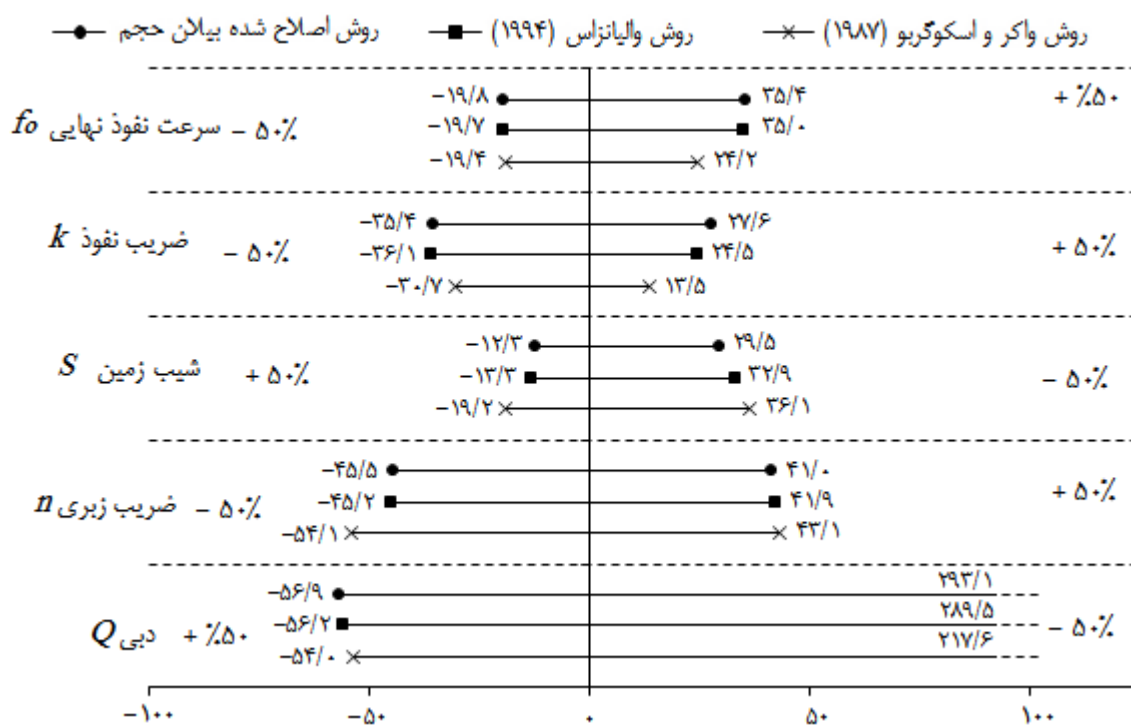


شکل ۶. مقایسه منحنی‌های پیشروی با افزایش دوبرابری دبی ورودی (۳ lit/s)

$$SI = \frac{CRM}{. / 5} \Rightarrow \frac{x. - x_p}{. / 5} \quad [19]$$

شاخص حساسیت (SI) برای هر یک از روش‌های بیلان حجم محاسبه و نتایج آن در شکل ۷ با یکدیگر مقایسه شده است. مطابق شکل کاهش ۵۰ درصدی در دبی ورودی زمان پیشروی

در حالی که بقیه پارامترها ثابت باقی می‌ماند (۱۲). مدل در شرایط جدید اجرا و زمان پیشروی پیش‌بینی گردید. خطای پیش‌بینی مدل نسبت به مقدار اولیه از شاخص CRM که بیانگر درصد اریبی مدل است محاسبه و نسبت خطا بر میزان تغییرات اعمال شده به عنوان شاخص حساسیت مدل در نظر گرفته شد.



شکل ۷. نتایج تحلیل حساسیت ۳ روش بیان حجم نسبت به ۵ پارامتر ورودی در برآورد مدت زمان پیشروی

نتیجه گیری

با افزایش دبی دقت مدل اصلاح شده در تخمین فاصله پیشروی بیش از روش والیانزاس و روش کلاسیک است. از طرفی مدل های بیان حجم در فواصل کوتاهتر فاصله پیشروی را نسبت به مدل اینرسی صفر دقیقتر پیش بینی می کنند. تخمین ضریب زبری مانینگ و اندازه گیری شیب طولی نسبت به سایر پارامترهای ورودی مدل های آبیاری سطحی با خطای بیشتری انجام می شود. بنابراین مدلی کارآمدتر خواهد بود که حساسیت کمتری به تغییر آنها داشته باشد. نتایج تحلیل حساسیت نشان می دهد مدل ارائه شده در تحقیق حاضر در این مورد بر روش های بیان حجم برتری دارد.

را به مقدار زیاد و با شاخص بالاتر از ۲۰۰ درصد افزایش داده است. حساسیت مدل ها به افزایش دبی تقریباً یکسان برآورد شده است (حدود ۵۵ درصد). مدل اصلاح شده بیان حجم و مدل واکر - اسکوگریو به ترتیب کمترین و بیشترین حساسیت را به تغییرات ضریب زبری دارند که از مزیت های مدل به دست آمده در این تحقیق است. در مورد شیب طولی نیز این نتیجه تکرار شد با این تفاوت که تمام روش های بیان حجم به کاهش شیب حساسیت بیشتری نسبت به افزایش شیب دارند. در مدل اصلاح شده به دلیل وارد کردن شیب زمین در معادله، حساسیت مدل را به تغییرات شیب کاهش داد. به عبارت دیگر اگر اندازه گیری شیب با خطا صورت گیرد نتایج مدل اصلاح شده قابل اطمینان تر می باشد. برخلاف نتایج بالا، مدل ارائه شده نسبت به تغییر در پارامترهای نفوذ حساسیت بیشتری نشان می دهد و برای کاربرد مؤثرتر آن باید ضرایب مربوط به معادله نفوذ با دقت بیشتری برآورد گردند.

منابع مورد استفاده

۱. گلستانی، س.، شایان‌نژاد، م. و س. ح. طباطبایی. ۱۳۸۹. بررسی کاربرد روش هال اصلاح شده در مدل ترکیبی بیلان حجمی - اینرسی صفر برای آبیاری جویچه‌ای. مجله پژوهش آب ایران ۴(۶):۱۱-۱۸.
2. Al-Azba, A. and Strelkoff, T. 1994. Correct form of Hall technique for border irrigation advance. *J. Irrigation and Drainage Eng. ASCE*. 120(2):292-304.
3. Al-Azba, A. A. 1999. Explicit volume balance model solution. *J. Irrigation and Drainage Eng.* 125(5):273-279.
4. Ebrahimian, H. and A. M. Liaghat. 2011. Field evaluation of various mathematical models for furrow and border irrigation systems. *Soil and Water Res.* 6(2):91-101.
5. Fok, Y. S. and Bishop, A. A. 1965. Analysis of water advance in surface irrigation. *J. Irrigation and Drainage Div. ASCE*. 91(1):99-117.
6. Hall, W. A. 1956. Estimating irrigation border flow. *Agri. Eng.* 37(4):263-265.
7. Hart, W. E., D. L. Bassett and T. Strelkoff. 1968. Surface irrigation hydraulics-kinematics. *J. Irrigation and Drainage Eng. ASCE* 94(4):419-440.
8. Holzapfel, E. A., C. Leiva, M. A. Marino, J. Paredes, J. L. Arumi and M. Billib. 2010. Furrow irrigation management and design criteria using efficiency parameters and simulation models. *Chil. J. Agric. Res.* 70(2):287-296.
9. Katopodes, N. D. and T. S. Strelkoff. 1977. Hydrodynamics of border irrigation-complete model. *J. Irrigation and Drainage Eng.* 103(3):309-324.
10. Levien, L. A. and F. Souza. 1987. Algebraic computation of flow in furrow irrigation. *J. Irrigation and Drainage Eng. ASCE*. 113(3):367-377.
11. Maheshwari, B. L. 1992. Effects of recession criteria on prediction of recession times in border irrigation models. *Agri. Water Management* 21:167-176.
12. Maheshwari, B. L., T. A. McMahon and A. K. Turner. 1990. Sensitivity analysis of parameters of border irrigation models. *Agri. Water Management*. 18:277-287.
13. Parsa, Sh. Z. and A. R. Sepaskhah. 1991. Modification of the Fok-Bishop solution for determination of water advance in border irrigation. *J. Agri. Eng. Res.* 49:127-132.
14. Strelkoff, T. and Katopodes, N. D. 1977. Border-irrigation hydraulics with zero inertia. *J. Irrigation and Drainage Eng.* 103(3):325-342.
15. Valiantzas, J. D. 1994. Border advance using improved volume-balance model. *J. Irrigation and Drainage Eng.* 119(6):1006-1012.
16. Valiantzas, J. D. 1999. Explicit time of advance formula for furrow design. *J. Irrigation and Drainage Eng.* 125(1):19-25.
17. Walker W. R. 1998. SIRM0D – Surface irrigation modeling software. Utah State University, Logan.
18. Walker, W. R. and A. S. Humpherys. 1983. Kinematic-wave furrow irrigation model. *J. Irrigation and Drainage Eng.* 109(4):377-392.
19. Walker, W. R., Skogerboe, G. V. 1987. *Surface Irrigation. Theory and Practice*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 386. p.